

鏡面形状 II — 形状誤差の定義と PSF への影響 II エラー解析評価方法

岡山新技術望遠鏡グループ

平成 23 年 6 月 21 日

目次

1 概要	1
2 エラー解析	1
2.1 PSF 画像から評価パラメータの導出方法	1
2.2 理想状態の鏡面による PSF と回折限界	2

1 概要

望遠鏡全体として PSF を評価する、もしくは要求される PSF を実現するのに必要な精度・性能を求めるには、それぞれの要素がどのような影響を PSF に及ぼすかを(扱いやすい)指標として算出できる必要がある。I では PSF の導出、およびその画像処理の結果としての Strehl ratio や E50 といった直接的に算出可能な指標を求めたが、これらを直接性能評価で利用することは困難である。

ここでは、PSF の画像から算出可能なパラメータから、望遠鏡全体としてのエラー解析に利用できる指標を導出することを目標とする。

2 エラー解析

2.1 PSF 画像から評価パラメータの導出方法

望遠鏡による理想的な回折限界像¹はエアリー関数として表されており、その強度分布は

$$I(x) = I_0 \left(\frac{2J_1(x)}{x} \right)^2 \approx I_0 \left(1 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{192}x^4 - \dots \right)$$

と表される。ここにランダムな擾乱が加わった場合、通常のランダムな擾乱が統計的にはガウス関数で表され、エアリー関数による分布にこのガウス関数による擾乱が畳み込まれた分布をとる PSF が得られる。いま、ガウス関数は

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left(1 - \frac{1}{2\sigma^2}x^2 + \frac{1}{8\sigma^4}x^4 - \dots \right)$$

と表され、これらのエアリー関数とガウス関数の二つのテーラー展開形は $x \ll 1$ の条件下で非常に似た形をとるといえる。よって、今回のような擾乱によるエラーの解析の際には何らかの変換パラメータを利用してもとのエアリー関数をもガウス関数として近似されることが期待でき、ガウス関数同士の畳み込みがパラメータ σ の二乗平均として表されるという性質を利用すると、パラメータ σ だけで(近似的に)エラー解析ができるといえる。

¹ただし、ここでいう理想的は主鏡中心の穴が無く、スパイダーもない完全な円形鏡による回折限界像を指す。

ここで、ガウス関数のパラメータ σ は FWHM と

$$\text{FWHM} = 2 \sqrt{2 \ln 2} \sigma$$

の関係を持ち、Strehl ratio は

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx = 1$$

であることから σ^{-1} に比例する。いま、PSF 画像から画像解析で Strehl ratio を求める方法は I で提示されているため、これらの関係を利用することでエラー解析に必要なパラメータを導出することが可能になる。

2.2 理想状態の鏡面による PSF と回折限界

3.8m 望遠鏡では理想状態の鏡面であっても、中央の副鏡でさえぎられる部分の円形状の抜けと、主鏡が 18 枚のセグメントであることにより、完全な回折限界 (エアリー関数による分布) と異なった PSF を示す。副鏡による円形状の抜けが存在した場合の (理想的な) PSF への影響は、主に、回折限界に比べて第一暗環より内側が暗くなり、そのすぐ外にある第一明環が明るくなる効果として検出されることが過去のさまざまな望遠鏡において示されている。

いま、セグメントであることによる効果は内周・外周間の細い円環状の抜けと、内周間・外周間の半径方向のスリット状の抜けの二つに分けられる。このうち、半径方向のスリット上の抜けは光軸に対して回転対称でないため、PSF 状でも主には動径方向の強度不均一として効くことになる。また、円環状の抜けは中心の円形状の抜けと同じような効果を示すと考えられる。

よって、ある半径より内側の積分強度 (EE) を求めることを基本としている今回の解析アルゴリズムでは、理想状態の鏡面の PSF (からのパラメータ) は回折限界に比べて第一暗環が明るくなる効果が入ったものと考えられる。また、このことから、Strehl ratio を求める場合の EE を取る半径 (の選択) が結果の Strehl ratio に影響すると考えられるため注意が必要といえる。