

分割主鏡シミュレーター 第3版バージョン6 Result 2 並進・回転による特異ベクトルの変化の影響についての考察

岡山新技術望遠鏡グループ

平成23年2月1日

目次

1 概要	1
2 特異ベクトルの変化の把握について	2
2.1 特異ベクトル同士の比較指標	2
2.2 二つのベクトル空間の間の対応関係	2
2.3 特異ベクトルの要素の変化と内積の関係	2
3 ある特異ベクトルが PSF に及ぼす影響	3
3.1 位相差分布と PSF のイメージ	3
3.2 PSF の分類	3
4 並進・回転の影響 — 基準系ギャップセンサー配置において	11
4.1 並進・回転による位相差への影響	11
4.2 内周・外周のセグメント1枚を並進・回転させたときの影響 -I(単体)	11
4.3 内周・外周のセグメント1枚を並進・回転させたときの影響 -II(複合)	17
4.4 接する2セグメントを同じだけ並進・回転させたときの影響	22
4.5 セグメント並進・回転量と内積値変化の関係	23
5 並進・回転の影響 — ずらしたギャップセンサー配置において	28
5.1 利用するギャップセンサー配置	28
5.2 セグメント並進・回転の影響	28
6 まとめ	38

1 概要

分割主鏡に取り付けるセグメント間ギャップセンサーについてのシミュレータが3D化されたことにより、セグメントの並進・回転移動によるアクチュエータ・ギャップセンサー相互変換・制御における影響を正確に把握できるようになった。'Result 1'ではセグメントの並進・回転については変換"結果"の線形性だけに着目し、さまざまなギャップセンサー配置については解析結果の提示などの都合上で並進・回転がない状態のみで代表させ、変換行列の特異ベクトルの振る舞いを考察したが、ここでは並進・回転について同様の考察を行う。

変換行列の要素をそれぞれ測定していく方法で代用できるギャップセンサー配置位置の測定とは異なり、実機上ではセグメントの並進・回転の状況は特別なセンサーや測定工具を利用しないと把握できない。また、セグメントはトラスに

対して並進・回転方向に固定されているわけではないために、制御中にも状況が変化する可能性がある。このため、このセグメントの並進・回転の影響がどの程度であるかを把握し、制御能力に影響が有意に及ばないようにするためにどのような条件が必要であるかを把握しておくことが重要となる。

なお、このレポート中の用語定義や基準配置などについては'Result 1'に定義されているものに準ずる。また、特記無い場合のギャップセンサーは鏡面に垂直に定義されているものとする。

2 特異ベクトルの変化の把握について

2.1 特異ベクトル同士の比較指標

特異ベクトルはある空間内での正規直交ベクトル系として定義されていることから、検討対象となる特異ベクトルの系をある基準ベクトル空間における特異ベクトルに対応付けるには、その内積値を指標として利用することができる。つまり、まったく同じベクトルである場合、特異ベクトルの正規直交ベクトル系定義から内積は1となり、検討対象のベクトルが基準系の対象特異ベクトルでない別の特異ベクトルに一致する場合は内積は0である。そして、この内積値は二つの特異ベクトルの相関係数ともいえる。

2.2 二つのベクトル空間の間の対応関係

二つのベクトル空間に対して、特異ベクトルの対応関係を定義するアルゴリズムは、最良一致原則を執る。

つまり、片方(Aとする)の各特異ベクトルに対して最大内積値を出すもう片方(Bとする)の特異ベクトルの対応と、Bの各特異ベクトルに対して最大内積値を出すAの特異ベクトルの対応を作る。Aの各特異ベクトルに対して、対応するBの最大内積値となる特異ベクトルに対応するAの特異ベクトルが同じものに戻ってくる場合、最良であると判定し対応関係が成立したとする。ある試行が終わった時点において対応関係が成立した特異ベクトルを除外した残りの特異ベクトルのリストを作成し、再度最初から試行を繰り返す。これを全ての特異ベクトルに対して対応関係がつくまで行う。ただし、最大内積値がある一定値以下(0.1とか)にしかならない特異ベクトルについては対応なしと判定する。

なお、この結果における特異値IDの対応関係には本質的な意味がない。アクチュエータの特異ベクトル表記で対応関係をつけたときに特異値IDが変わっていたとしても、ギャップセンサーの側でも同様に特異値IDは変わっており、似たような特異ベクトルに対する制御量はほぼ変わらないはずである¹。よって、今回の考察では特異ベクトル同士の内積値がどの程度であるかのみを指標とする。

2.3 特異ベクトルの要素の変化と内積の関係

ある内積値を示す二つの系の対応する特異ベクトルは、それぞれの特異ベクトルの要素がどの程度変化したものかについて検討する。

二つの単位ベクトルに対する内積値であるので、あるIDの要素が $x\%$ 変化していた場合にはその要素の積も $x\%$ 変化しているはずで、それを足し合わせたものが全体の内積値になる。つまり、小さな x に対して、全ての要素が $x\%$ 変化していた場合に内積値も $x\%$ 変化しているはずといえる。ただし、大きな x についてはこの評価は成立しないので注意すべき。

制御時におけるセグメント状態の変化による特異ベクトルの変化が原因となる誤差と、その誤差がPSFに及ぼす影響という意味では、ある特異ベクトルと対応付けられた特異ベクトルが別の特異ベクトルにより近くなっている(可能性が

¹つまり、特異値IDは単純にある特異ベクトル系における特異値の相対評価による順序指標であり、元のギャップセンサーもしくはアクチュエータの制御量空間における特異ベクトルと絶対的に対応するものではないということである。これは、制御時に特異ベクトルと対応する特異値が変化しても、あるギャップセンサー配置に対する特異ベクトル分解が得られた場合に、その時々の行列に対応する特異値IDでソートされているSVDで演算する際には、そのままの順序で適用するのではなく、特異ベクトルに紐付けてIDを張りなおす必要があることも示していることに注意すべき。

高い)かどうかを単一スレッシュルドとしての指標とすると有用であると考えられる²。ここで、同じ系のある二つの正規直交ベクトルについて、そのちょうど中間といえる合成ベクトルは、二つの正規直交ベクトルの和の方向を持つ単位ベクトルであるといえ、この単位ベクトルと元の直交系のなす内積は $\sqrt{2}/2 \sim 0.7071$ である。よって、この値を单一値のスレッシュルドとして利用することとする。

3 ある特異ベクトルが PSF に及ぼす影響

今回、特異ベクトルごとにどの程度の並進・回転の影響を受けるかを評価するため、それらを最終的な像精度に結びつけるために各特異ベクトルがどの程度 PSF に影響しているかを評価しておく。

基準ギャップセンサー配置に対して求まったそれぞれの特異ベクトルについて、アクチュエータの制御量分布を特異ベクトルと一致させ、内環を含む全アクチュエータの制御量の二乗和が $1\mu m$ となるように動かした際の位相差分布と PSF を求めることでこの評価を行う。

3.1 位相差分布と PSF のイメージ

求まった位相差分布と PSF は図 1, 2, 3, 4, 5, 6 に示している。一つの特異値に対して二つの図、位相差分布(左)と PSF 分布(右)が掲載されており、PSF のイメージの青枠はイメージサイズを示す。また、位相差と PSF の作成パラメータは表 1 である。両方ともグレースケールのカラーバーで、位相差分布は ± 1.5 のリニアスケールで、PSF は 0 ~ 最大値のリニアスケールで表示されている。

表 1: 位相差・PSF の作成パラメータ

パラメータ	値
画像サイズ	1024 [pixel]
位相差計算ピクセル分解能	3.88623 [mm]
PSF 計算用位相差データ分解能	38.8623 [mm]
PSF 参照波長	1 [μm]
PSF ピクセルサイズ	5.183 [mas]

3.2 PSF の分類

前節で示した PSF はいくつかのカテゴリに分類できる。

- A 中心点が明らかに分離しており、周りにハロー的な弱い分布がある
- B 中心点が明らかに見えるが、周りにも同程度の点状分布がある
- C 中心点が無く点対称的な複数点に分裂した形状
- D 全体が非対称に広がり不定形である
- E 中心点は(弱く)見えるが、全体が対称的に広がった分布をしている

これらに 1~57 を分類すると以下のようになる。レポートで Zernike モードとの対応を検証し、0.2 以下の小さな特異値に対応した 47 番以降の特異ベクトルのほとんどは A または B に分布している。鏡全体の傾きの 55,56 のみ 2 分裂した

² 実際には他の全ての特異ベクトルとの内積と前項での対応関係付けで出力される内積値とを比較するという手法も考えられる。しかしながら、ここで検出されるべきモードは、複数の特異ベクトルの成分がある特異ベクトルに足しあわされたような状況であることがほとんどであり、そのような場合は個々の正規直交ベクトルへの分解である内積値は値が分散するという意味であまり指標にならず、どちらかというとその影響が全て合算されている"対応付けられた"特異ベクトル間の内積値の方が指標として有用であるといえる。また、ある二つの特異ベクトルの間でのみ組み換えが発生しているという状況は、Zernike のモードが対応しているなど特徴的な特異ベクトルで発生することが主であり、かつその二つの特異ベクトルに対する内積値はほぼ同じ値が出力されるなどで容易に判別可能であるので、あまり考慮しなくてよいと考えられる。

形状を示しているため C になっているが、いわゆる段差のある 2 枚鏡の干渉パターンを示しており、回折限界半径が倍になった程度の変化でしかなく、これもどちらかというと A に近いといえる³。つまり、これらの制御しにくい特異ベクトルによるモードは、全体 PSF の悪化にはあまり影響を及ぼさないモードであるとも考えられる。

A 6, 10, 13, 21, 25, 29, 30, 33, 37, 38, 50, 51, 52, 54, 57

B 3, 22, 23, 26, 27, 41, 43, 44, 47, 48, 49, 53

C 1, 12, 20, 35, 36, 39, 40, 42, 55, 56

D 2, 7, 8, 14, 15, 19, 24, 31, 32, 45, 46

E 4, 5, 9, 11, 16, 17, 18, 28, 34

³ という意味では、本来はこの評価は E50 などの指標によって行う方が望ましいともいえる。が、C や D の存在を考えると、有用な%の値はどこに設定すべきかという議論が必要になるため、簡単に適用可能で柔軟な目による分類の方が有用であるといえる、はず。

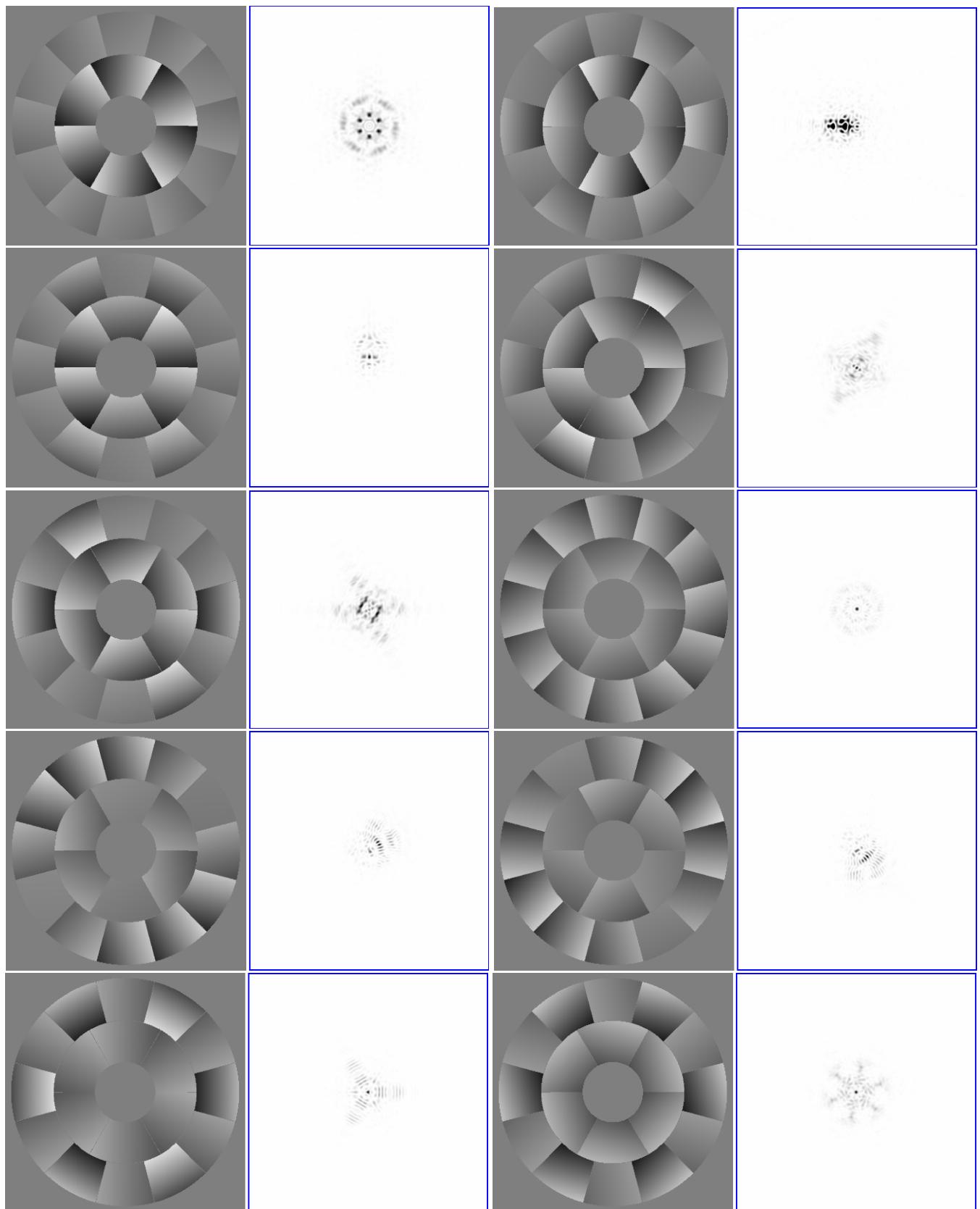


図 1: ID 01 - 10, 左上が 01、右上が 02、以下それぞれ各行に二つずつ、最下行が左から 09,10 となる

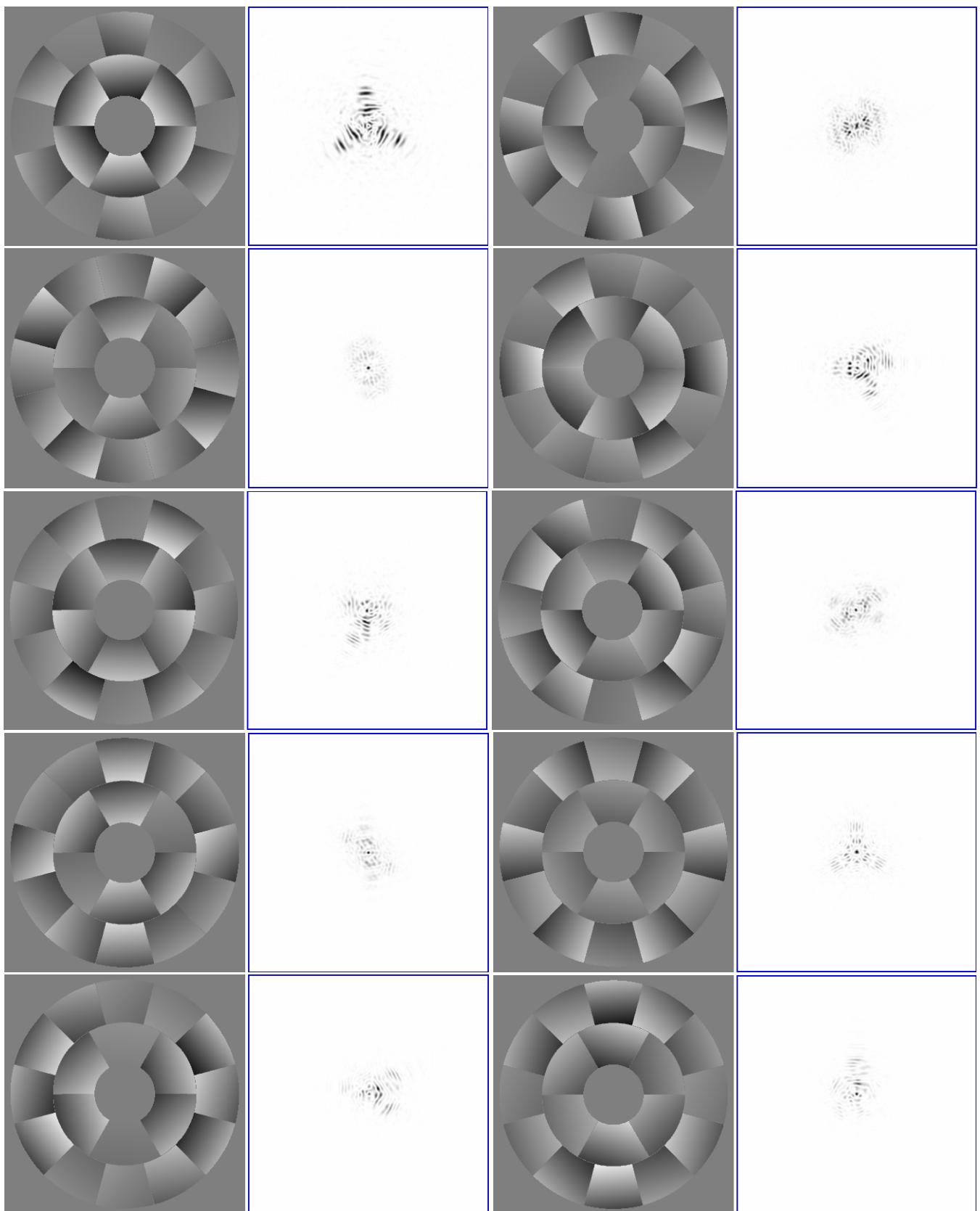


図 2: ID 11 - 20

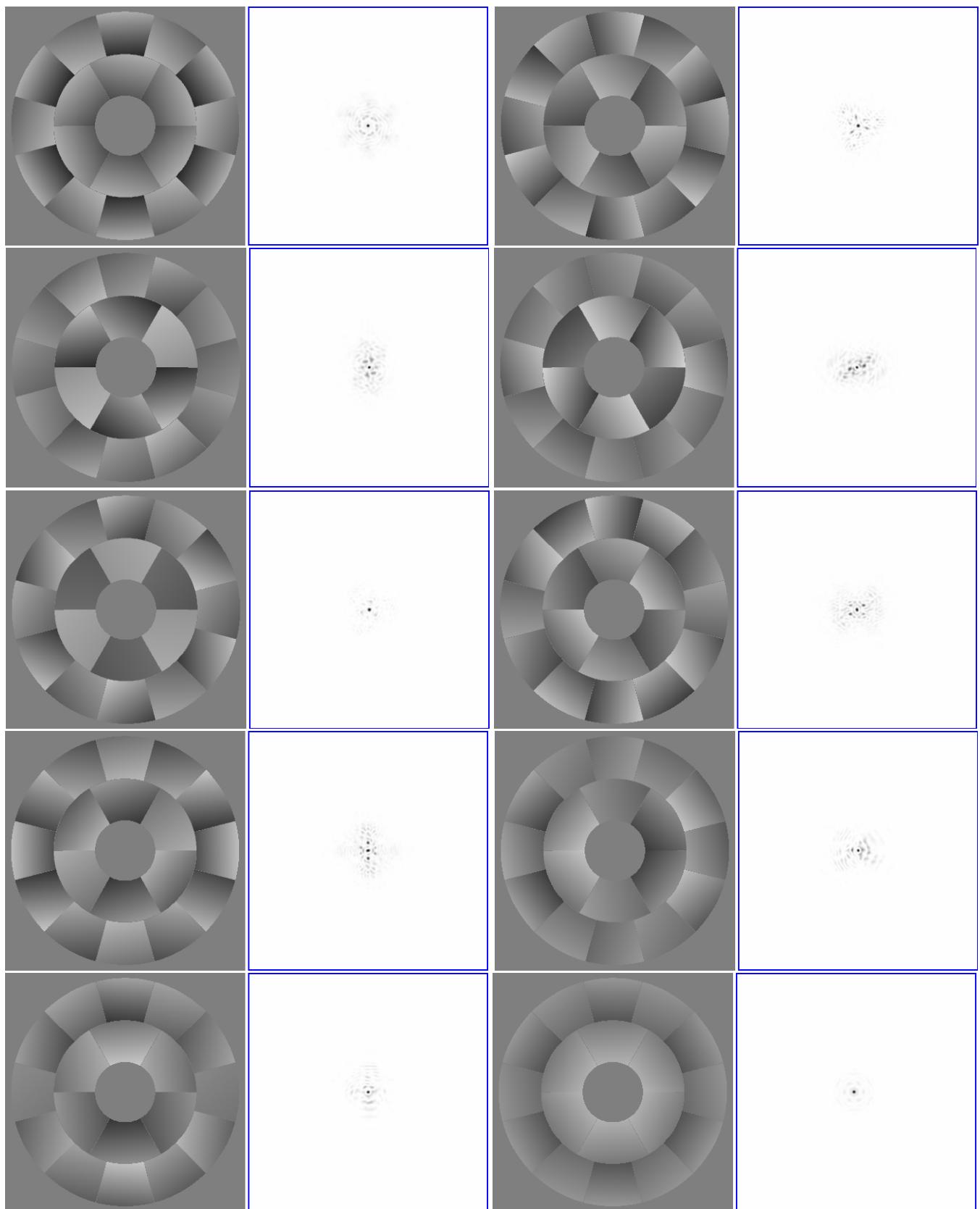


図 3: ID 21 - 30

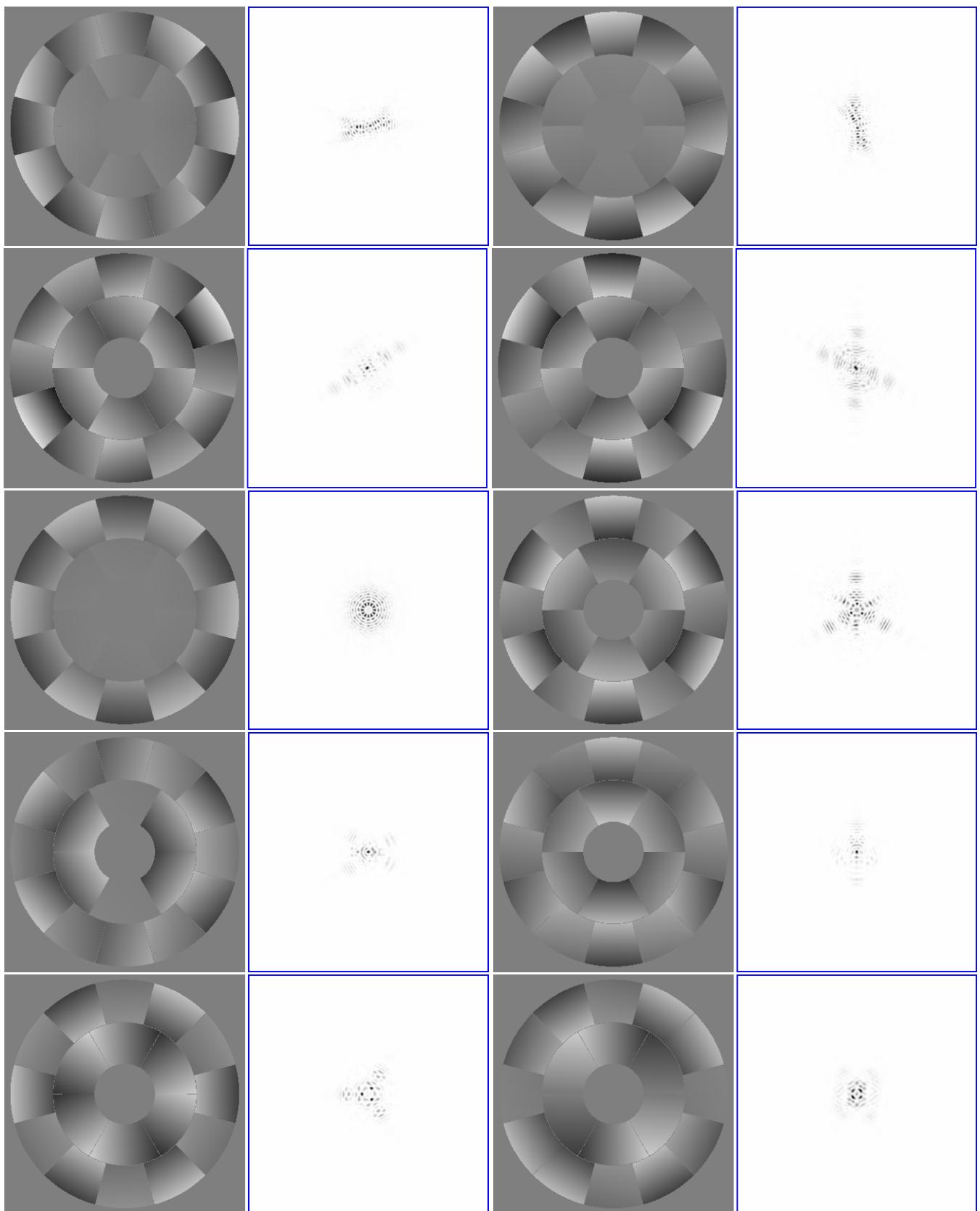


図 4: ID 31 - 40

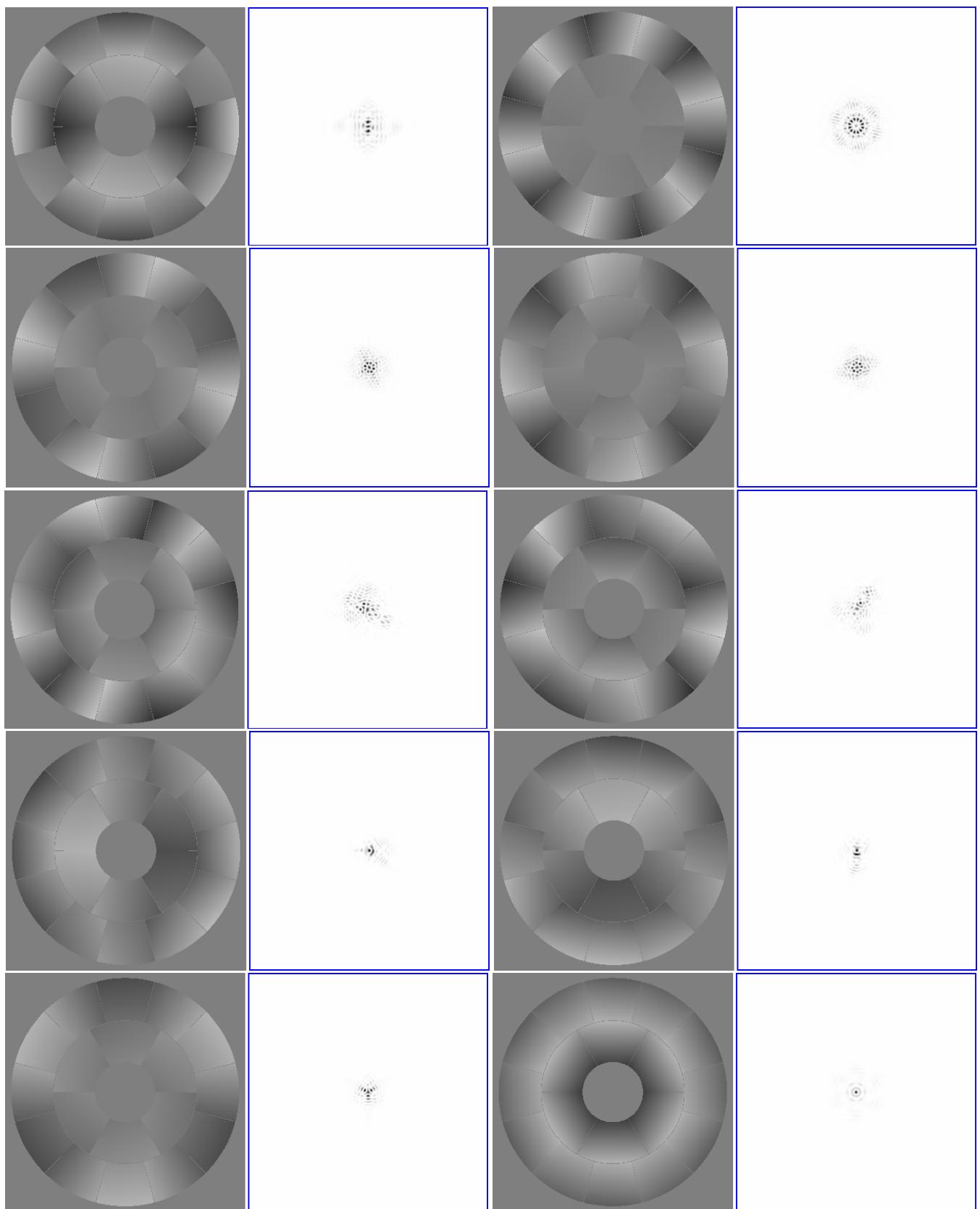


図 5: ID 41 - 50

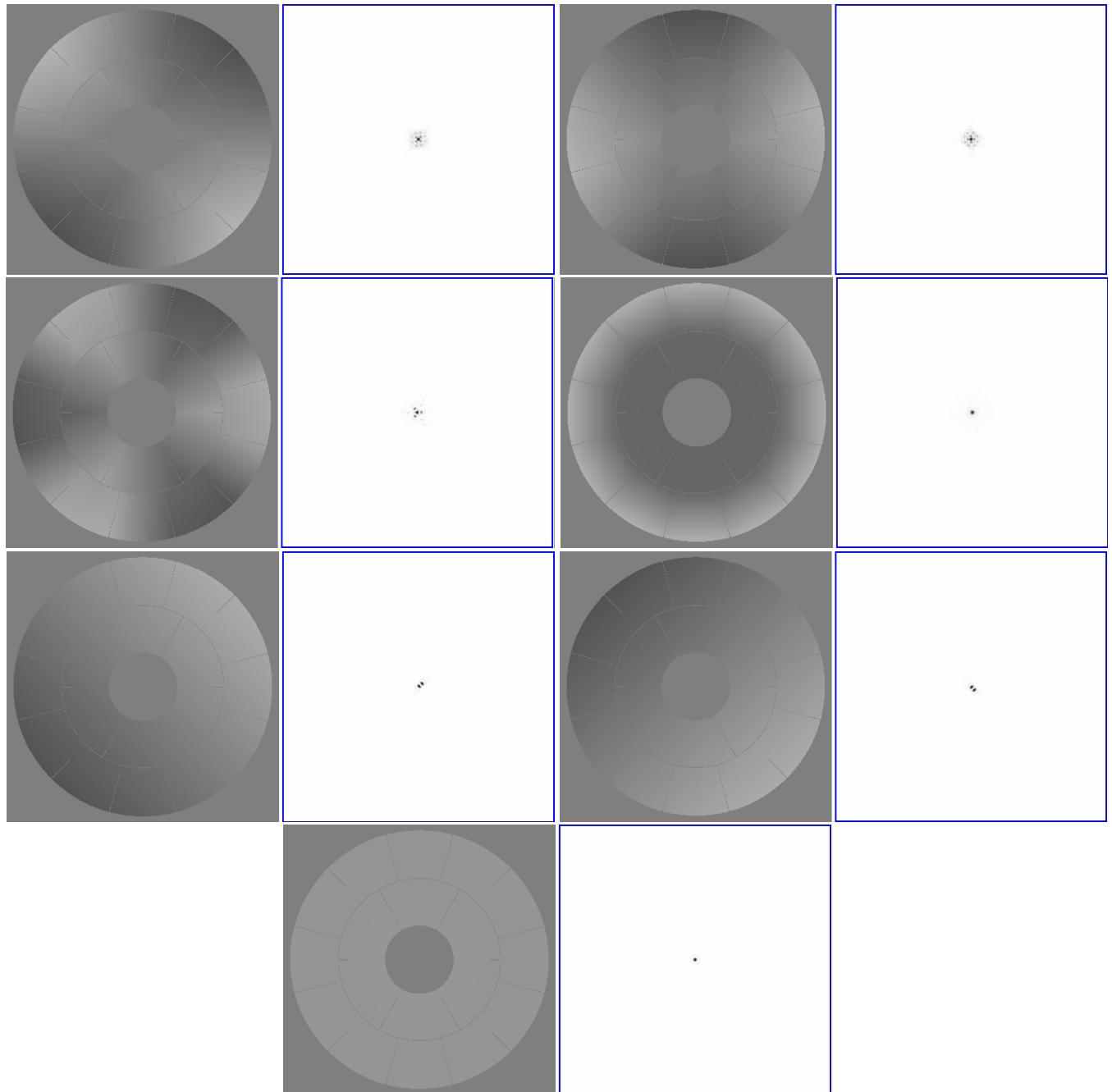


図 6: ID 51 - 57

4 並進・回転の影響 — 基準系ギャップセンサー配置において

ここまで基準系のギャップセンサー配置でかつ並進・回転なしのセグメント配置に対しての特異ベクトルについて検討してきた。ここでは、これに対してギャップセンサー配置は変化させないが、セグメントに対して並進・回転を与えた場合の特異ベクトルの変化について検証する。

4.1 並進・回転による位相差への影響

後の議論において定性的な観点からの評価を行う時に利用するためも含め、ここでセグメントが並進・回転した場合の位相差への影響や、ギャップセンサー読み出し値とその制御時の変化がどのようなものであるかを図示・検討しておく。内周・外周とも全てのセグメントは主鏡主軸に対して回転対称であるため、セグメント単体の回転・並進による影響は内周同士、外周同士の間で同一パターンを示す。また、ギャップセンサー読み出し値への影響については、それぞれのギャップセンサー定義位置でのずれによる初期バイアス及び、定義位置がずれることによる変換行列の変化と特異ベクトルのずれの両方が影響することから、この二つに分けて検証を行う。ここで、ある変化に対しての位相差分布をアクチュエータ駆動のみで補正できるという結論が出たとしても、ギャップセンサーの定義方向がセグメント背面に垂直であるかセグメント鏡面に垂直であるかによってギャップセンサーに対する初期バイアス値は異なるということに注意する必要がある。これは、位相差分布は主鏡主軸方向に平行な鏡面の移動⁴として計算されているため、ギャップセンサーが鏡面に垂直な方向で定義されている場合にはアクチュエータへの初期バイアスのみでは吸収できず、ギャップセンサーの読み出し誤差として影響が出る。

また、変換行列・特異ベクトルへの影響を考えた場合、あるギャップセンサーへは、ギャップセンサーが定義されている対象となる両方のセグメントに対する影響の重ね合わせとなるため、片方のセグメントだけが動いた場合の単純な和では表現できない可能性がある。

図 7 は全てのセグメントを X もしくは Y 軸方向に並進させたもので、位相差分布はアクチュエータ駆動により打ち消せるような分布になっている。つまり、ギャップセンサーを主軸に平行に定義した場合(もしくは変換によりそれと同等になる定義を行った場合)は、アクチュエータの初期バイアスとしてセグメントの並進分は取り扱えることになる。よって、セグメントの並進による影響は、セグメントずれによりギャップセンサーの(実質上の)取り付け位置が変化したことによる変換行列・特異ベクトルへの影響分のみを考えればよいといえる。鏡面に垂直に取り付けた場合、鏡面への垂線ベクトルの傾き成分の割合が同じになる位置に全てのギャップセンサーが取り付いていれば取り付け位置による影響は消えるかもしれない⁵が、全てのセグメントに対して満たす配置は考えにくい。

図 8 は全てのセグメントを同一方向に回転させたもので、鞍状をなす位相差分布はアクチュエータ駆動では打ち消せない。よって、回転についてはギャップセンサー読み出し値への初期バイアスとして効いてくる。ただし、ギャップセンサーの読み出し方向を裏側にする(もしくはギャップセンサーの腕を伸ばす基点を対抗するセグメント上にする)などの対処をすれば打ち消せるようなギャップセンサー配置もありえるかもしれないが、これを全てのセグメントに対して行うことには干渉することなどから困難といえる。

4.2 内周・外周のセグメント 1 枚を並進・回転させたときの影響 - I(単体)

内周・外周のセグメント 1 枚を並進・回転のうちの单一の移動をさせたときの影響について調査する。回転対称であることから、内周については ID 1 の一つ、外周については ID 7 と ID 8 の二パターンを採用する。

対応する特異ベクトルの内積値の表は、前節と同じ並進 20μm、回転 0.02° に対しての内積値一覧が表 2、並進 40μm、回転 0.04° に対しての内積値一覧が表 3 であり、0.7071 を下回る内積値は **0.7071** として表示されている。

⁴これはこのシミュレータの計算上の定義であり、シミュレータ定義の議論における位相差分布をどの軸周りに取るべきかの議論とは独立であることに注意する必要がある。なお、鏡材が平板として定義されているので、主軸と平行な位相差分布定義とセグメント背面に垂直な位相差分布定義は、アクチュエータの初期バイアスが変化するだけの同義な二つの定義ともいえる。ただし、セグメント背面に垂直なギャップセンサーの定義である場合、背面の面上となるセグメントの並進・回転に対してギャップセンサーは感度が無いため補正できないことには注意。

⁵未検証：鏡面への垂線ベクトルの傾き成分の分布は、中心から同心円状よりも多少広がった分布を取るはず。なので、セグメント中心から同じ距離に配置したとしても影響が出るはず？

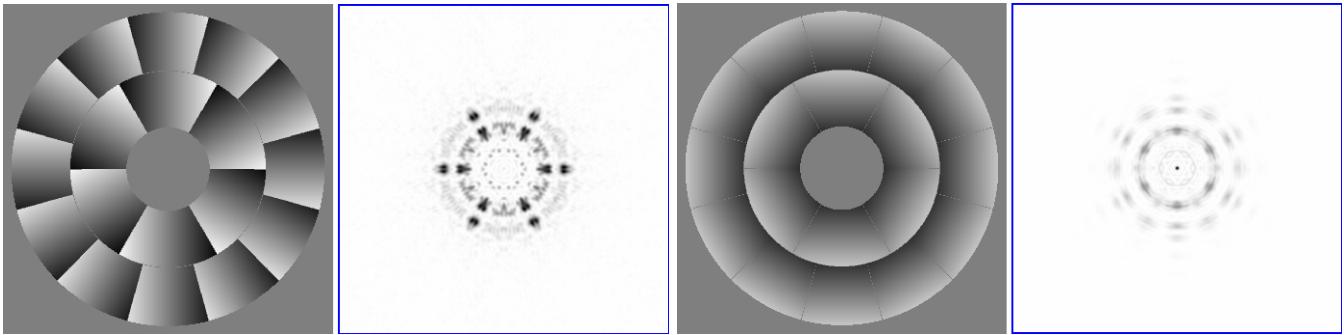


図 7: 全セグメントをセグメント系で X 座標 (左) もしくは Y 方向 (右) 正方向に $20\mu\text{m}$ 移動させた

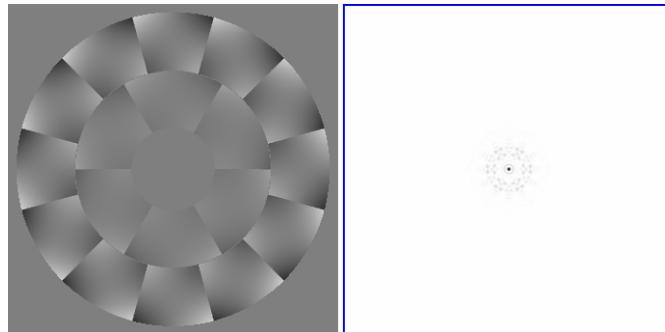


図 8: 全セグメントをセグメント系で上から見て時計回りに 0.02° 回転させた

表の中で閾値となる 0.7071 を下回っている内積値を示すペアは存在せず、かつ、対応するペア相手が居ない特異値・特異ベクトル⁶についてはほとんど全てが 1.0 を示している。対応するペアが居る特異ベクトルについては、対応するペア間で内積値が同じになっており、このペアの 2 つの直交基底がなす平面上での基底の回転であると考えられる。

移動させる軸 (X 軸、Y 軸、回転) を変えることによる変化は明らかに存在し、これは特異ベクトルの配置に対して移動させている軸が効果がでやすいかどうか、つまり移動させている軸による変化が特異ベクトルの分布と相関があるかどうかの指標になっているともいえる。

また、 $20\mu\text{m}$ と $40\mu\text{m}$ での変化を比較すると、ほぼ同じ傾向を示しており、かつその内積値にはほとんど変化がみられない。これは、より数多くのセグメントの並進・回転量に対して調べる必要はあるが、非常に対称性のよい基準形に対し、セグメントが回転する影響はかなり小さい並進・回転量でも十分に効き、飽和してそれ量が増えることでの影響は小さいといえる可能性がある。(これについては後の節で調査する。)

⁶表の左端の値が基準系における特異値であり、この特異値がほぼ同じ値を示すペアは特異ベクトルがその表示において中心軸回転で重なり合うような配置になっていることがほとんどであり、これらを対応するペアのある特異ベクトルと呼んでいる。また、そうでないものを対応するペア相手が居ない特異ベクトルと呼び、ほとんどは中心軸で回転対称であるか、全セグメントで同じ配置になるものになっている。

表2: 特異ベクトル対応・内積値 I

基準配置	ID 1 X 20 μ m	ID 1 Y 20 μ m	ID 1 Z 20 μ m	ID 1 θ 0.02°	ID 1 θ 0.02°	ID 2 X 20 μ m	ID 2 Y 20 μ m	ID 2 Z 20 μ m	ID 2 θ 0.02°	ID 3 X 20 μ m	ID 3 Y 20 μ m	ID 3 Z 20 μ m	ID 3 θ 0.02°	ID 4 X 20 μ m	ID 4 Y 20 μ m	ID 4 Z 20 μ m	ID 4 θ 0.02°	
3.55222	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999
3.5027	02	0.98350	03	0.94249	03	0.74683	03	0.84813	03	0.77809	03	0.78167	02	0.78598	02	0.99762	02	0.99776
3.5027	03	0.98350	02	0.94249	02	0.74683	02	0.84813	02	0.77809	02	0.78167	03	0.78598	03	0.99762	03	0.99776
3.33075	04	0.81642	04	0.74658	04	0.99840	05	0.95126	05	0.97331	05	0.97205	05	0.80451	05	0.93502	05	0.92940
3.33075	05	0.81642	05	0.74658	05	0.99840	04	0.95126	04	0.97331	04	0.97205	04	0.80451	04	0.93502	04	0.92940
3.25228	06	1.00000	06	0.99999	06	0.99999	06	0.99999	06	1.00000	06	1.00000	06	1.00000	06	1.00000	06	1.00000
3.16449	07	0.71061	08	0.88357	08	0.76518	07	0.98355	07	0.72098	07	0.74111	07	0.87129	08	0.99538	08	0.99988
3.16449	08	0.71061	07	0.88357	07	0.76518	08	0.98355	08	0.72098	08	0.74111	08	0.87129	07	0.99538	07	0.99988
3.13541	09	1.00000	09	1.00000	09	0.99999	09	1.00000	09	1.00000	09	1.00000	09	1.00000	09	1.00000	09	1.00000
3.11329	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	1.00000	10	0.99999	10	0.99999	10	1.00000	10	0.99999	10	0.99999
2.98597	11	1.00000	11	1.00000	11	0.99999	11	1.00000	11	1.00000	11	0.99999	11	1.00000	11	1.00000	11	0.99999
2.97131	13	0.72739	13	0.80266	12	0.92967	12	0.92030	13	0.87802	13	0.86475	13	0.93745	12	0.99004	12	0.95124
2.97131	12	0.72739	12	0.80266	13	0.92966	13	0.92030	12	0.87802	12	0.86475	12	0.93745	13	0.99004	13	0.95124
2.9048	14	0.90689	15	0.82290	14	0.92851	14	0.73601	14	0.86038	14	0.85885	14	0.89662	14	0.98958	14	0.99392
2.9048	15	0.90688	14	0.82290	15	0.92851	15	0.73601	15	0.86038	15	0.85885	15	0.89662	15	0.98958	15	0.99392
2.7273	17	0.99906	16	0.98395	16	0.87892	16	0.78350	16	0.85268	16	0.84455	17	0.94690	17	0.73075	17	0.76835
2.7273	16	0.99906	17	0.98395	17	0.87891	17	0.78350	17	0.85268	17	0.84454	16	0.94690	16	0.73075	16	0.76837
2.71828	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18	1.00000	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99998
2.54706	20	0.99936	19	0.84510	20	0.92180	19	0.99125	19	0.96975	19	0.97161	19	0.74713	20	0.72576	20	0.71610
2.54706	19	0.99936	20	0.84510	19	0.92180	20	0.99125	20	0.96975	20	0.97161	20	0.74713	19	0.72576	19	0.71610
2.50813	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	0.99999	21	1.00000	21	1.00000	21	0.99999
2.39154	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999
2.3755	23	0.97932	23	0.99294	23	0.98344	23	0.76984	23	0.74020	23	0.76686	23	0.96566	24	0.76027	23	0.77610
2.3755	24	0.97932	24	0.99294	24	0.98344	24	0.76984	24	0.74020	24	0.76686	24	0.96566	23	0.76027	24	0.77610
2.10068	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999
2.01032	27	0.88352	26	0.97064	26	0.92030	26	0.90859	26	0.88240	26	0.86577	27	0.71053	26	0.75518	27	0.73456
2.01032	26	0.88352	27	0.97063	27	0.92030	27	0.90859	27	0.88240	27	0.86577	26	0.71053	27	0.75518	27	0.73456
1.88631	29	0.74712	28	0.99995	29	0.86938	28	0.91361	28	0.98956	28	0.99777	28	0.77432	28	0.99944	28	0.98433
1.88631	28	0.74712	29	0.99995	28	0.86938	29	0.91361	29	0.98956	29	0.99777	29	0.77432	28	0.99944	28	0.98433
1.82369	30	0.99999	30	1.00000	30	1.00000	30	0.99999	30	1.00000	30	0.99999	30	1.00000	30	1.00000	30	1.00000
1.41072	32	0.94758	31	0.95507	32	0.96442	31	0.91893	32	0.89862	32	0.91030	31	0.99913	31	0.82764	31	0.81618

表 2: 特異ベクトル対応・内積値 I

基準配置	ID 1 X 20 μ m	ID 1 Y 20 μ m	ID 1 Z 20 μ m	ID 1 θ 0.02°	ID 1 θ 0.02°	ID 2 X 20 μ m	ID 2 Y 20 μ m	ID 2 Z 20 μ m	ID 2 θ 0.02°	ID 3 X 20 μ m	ID 3 Y 20 μ m	ID 3 Z 20 μ m	ID 3 θ 0.02°	ID 4 X 20 μ m	ID 4 Y 20 μ m	ID 4 Z 20 μ m	ID 4 θ 0.02°	ID 5 X 20 μ m	ID 5 Y 20 μ m	ID 5 Z 20 μ m	ID 5 θ 0.02°
1.41072	31	0.94758	32	0.95507	31	0.96442	32	0.91893	31	0.89862	31	0.91030	32	0.99913	32	0.82764	32	0.81618			
1.37135	33	0.99979	33	0.90859	34	0.84564	34	0.74633	34	0.97397	34	0.95012	33	0.99260	33	0.97871	33	0.96642			
1.37135	34	0.99979	34	0.90859	33	0.84564	33	0.74633	33	0.97397	33	0.95012	34	0.99260	34	0.97871	34	0.96643			
1.27767	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999			
1.24586	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999			
0.692195	38	0.96576	38	0.97136	38	0.81985	37	0.91280	38	0.96552	38	0.99170	38	0.71796	37	0.99110	37	0.92346			
0.692195	37	0.96576	37	0.97136	37	0.81985	38	0.91280	37	0.96552	37	0.99170	37	0.71796	38	0.99110	38	0.92346			
0.576303	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999			
0.483785	40	0.74646	41	0.99789	41	0.75573	41	0.78327	41	0.96561	41	0.93567	40	0.97809	41	0.88429	41	0.94249			
0.483785	41	0.74646	40	0.99789	40	0.75573	40	0.78327	40	0.96561	40	0.93567	41	0.97809	40	0.88429	40	0.94249			
0.430921	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000			
0.242621	44	0.98152	43	0.99977	43	0.92777	43	0.98355	44	0.99326	43	0.94233	44	0.93188	43	0.75148	43	0.91148			
0.242621	43	0.98152	44	0.99977	44	0.92781	44	0.98355	43	0.99326	44	0.94233	43	0.93188	44	0.75148	44	0.91148			
0.239239	46	0.99908	45	0.94122	45	0.73955	45	0.99626	46	0.96429	45	0.96902	45	0.88866	46	0.94312	46	0.90596			
0.239239	45	0.99908	46	0.94122	46	0.73960	46	0.99626	45	0.96429	46	0.96902	46	0.88866	45	0.94312	45	0.90596			
0.189867	47	0.74276	48	0.99661	48	0.90300	48	0.87336	48	0.92663	48	0.98939	48	0.98861	47	0.99408	48	0.86711			
0.189867	48	0.74276	47	0.99661	47	0.90300	47	0.87336	47	0.92663	47	0.98939	47	0.98861	48	0.99408	47	0.86712			
0.17575	49	1.00000	49	1.00000	49	0.99999	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000	49	0.99999			
0.0863628	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999			
0.0546626	51	0.92469	52	0.93989	51	0.92560	51	0.98334	52	0.99617	51	0.99120	51	0.95111	52	0.80372	51	0.85246			
0.0546626	52	0.92469	51	0.93988	52	0.92560	52	0.98334	51	0.99617	52	0.99119	52	0.95111	51	0.80371	52	0.85246			
0.0195424	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	1.00000	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999			
0.00070189	54	1.00000	54	1.00000	54	0.99999	54	1.00000	54	0.99999	54	1.00000	54	1.00000	54	1.00000	54	1.00000			
1.44953e-05	55	0.99023	56	0.93468	56	0.98935	55	0.79259	55	0.73539	55	0.92909	55	0.98168	56	0.99644	55	0.95569			
1.44953e-05	56	0.99023	55	0.93467	55	0.98935	56	0.79259	56	0.73539	56	0.92909	56	0.98168	55	0.99643	56	0.95569			
1.30158e-09	57	0.99999	57	1.00000	57	0.99999	57	0.99999	57	0.99999	57	0.99999	57	1.00000	57	1.00000	57	1.00000			

表3: 特異ベクトル対応・内積値 II

基準配置	ID 1 X 40 μ m	ID 1 Y 40 μ m	ID 1 θ 0.04°	ID 2 X 40 μ m	ID 2 Y 40 μ m	ID 2 θ 0.04°	ID 3 X 40 μ m	ID 3 Y 40 μ m	ID 3 θ 0.04°	ID 4 X 40 μ m	ID 4 Y 40 μ m	ID 4 θ 0.04°	ID 5 X 40 μ m	ID 5 Y 40 μ m	ID 5 θ 0.04°	
3.55222	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999
3.5027	02	0.98347	03	0.94251	03	0.74659	03	0.84816	03	0.77812	03	0.78172	02	0.78649	02	0.99762
3.5027	03	0.98347	02	0.94251	02	0.74658	02	0.84816	02	0.77811	02	0.78172	03	0.78649	03	0.99762
3.33075	04	0.81632	04	0.74658	04	0.99835	05	0.95124	05	0.97330	05	0.97203	05	0.80473	05	0.93500
3.33075	05	0.81632	05	0.74658	05	0.99835	04	0.95124	04	0.97330	04	0.97203	04	0.80473	04	0.93500
3.25228	06	0.99999	06	1.00000	06	0.99999	06	1.00000	06	1.00000	06	0.99999	06	0.99999	06	1.00000
3.16449	07	0.71059	08	0.88358	08	0.76483	07	0.98352	07	0.72095	07	0.74090	07	0.87126	08	0.99538
3.16449	08	0.71059	07	0.88358	07	0.76483	08	0.98353	08	0.72095	08	0.74091	08	0.87126	07	0.99538
3.13541	09	1.00000	09	1.00000	09	0.99999	09	1.00000	09	1.00000	09	0.99999	09	1.00000	09	1.00000
3.11329	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999
2.98597	11	1.00000	11	1.00000	11	0.99997	11	1.00000	11	1.00000	11	0.99999	11	1.00000	11	0.99999
2.97131	13	0.72743	13	0.80274	12	0.92956	12	0.92028	13	0.87803	13	0.86478	13	0.93744	12	0.99006
2.97131	12	0.72743	12	0.80274	13	0.92954	13	0.92028	12	0.87803	12	0.86478	12	0.93744	13	0.99006
2.9048	14	0.90687	15	0.82277	14	0.92856	14	0.73594	14	0.86038	14	0.85890	14	0.89675	14	0.98958
2.9048	15	0.90687	14	0.82278	15	0.92856	15	0.73594	15	0.86038	15	0.85890	15	0.89675	15	0.98958
2.7273	17	0.99907	16	0.98395	16	0.87814	16	0.78355	16	0.85269	16	0.84454	17	0.94685	17	0.73058
2.7273	16	0.99907	17	0.98395	17	0.87812	17	0.78355	17	0.85269	17	0.84451	16	0.94685	16	0.73058
2.71828	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99997	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99997	18	0.99999	18	0.99994
2.54706	20	0.99936	19	0.84514	20	0.92178	19	0.99124	19	0.96975	19	0.97161	19	0.74713	20	0.72577
2.54706	19	0.99936	20	0.84514	19	0.92178	20	0.99124	20	0.96975	20	0.97160	20	0.74713	19	0.72578
2.50813	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	0.99999	21	1.00000	21	0.99999
2.39154	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999
2.3755	23	0.97932	23	0.99294	23	0.98344	23	0.76981	23	0.74014	23	0.76657	23	0.96571	24	0.76028
2.3755	24	0.97931	24	0.99294	24	0.98344	24	0.76981	24	0.74014	24	0.76657	24	0.96571	23	0.76028
2.10068	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999
2.01032	27	0.88351	26	0.97063	26	0.92047	26	0.90862	26	0.88239	26	0.86575	27	0.71051	26	0.75518
2.01032	26	0.88351	27	0.97063	27	0.92047	27	0.90862	27	0.88239	27	0.86575	26	0.71051	27	0.75518
1.88631	29	0.74713	28	0.99995	29	0.86936	29	0.91360	29	0.98953	29	0.99777	29	0.77406	28	0.99944
1.88631	28	0.74713	29	0.99995	28	0.86936	29	0.91360	29	0.98953	29	0.99777	29	0.77406	28	0.99944
1.82369	30	1.00000	30	0.99999	30	0.99999	30	1.00000	30	1.00000	30	0.99999	30	1.00000	30	1.00000
1.41072	32	0.94757	31	0.95507	32	0.96438	31	0.91893	32	0.89863	32	0.91030	31	0.99912	31	0.82762

表3: 特異ベクトル対応・内積値 II

基準配置	ID 1 X 40 μ m	ID 1 Y 40 μ m	ID 1 θ 0.04°	ID 2 X 40 μ m	ID 2 Y 40 μ m	ID 2 θ 0.04°	ID 3 X 40 μ m	ID 3 Y 40 μ m	ID 3 θ 0.04°	ID 4 X 40 μ m	ID 4 Y 40 μ m	ID 4 θ 0.04°						
1.41072	31	0.94757	32	0.95507	31	0.96438	32	0.91893	31	0.89863	31	0.91030	32	0.99913	32	0.82762	32	0.81615
1.37135	33	0.99978	33	0.90857	34	0.84559	34	0.74640	34	0.97396	34	0.95012	33	0.99260	33	0.97870	33	0.96639
1.37135	34	0.99979	34	0.90857	33	0.84559	33	0.74640	33	0.97396	33	0.95011	34	0.99260	34	0.97871	34	0.96640
1.27767	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999
1.24586	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999
0.692195	38	0.96575	38	0.97136	38	0.81986	37	0.91270	38	0.96560	38	0.99168	38	0.71822	37	0.99107	37	0.92341
0.692195	37	0.96575	37	0.97136	37	0.81986	38	0.91270	37	0.96561	37	0.99168	37	0.71822	38	0.99107	38	0.92341
0.576303	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999
0.483785	40	0.74645	41	0.99789	41	0.75609	41	0.78335	41	0.96560	41	0.93568	40	0.97795	41	0.88444	41	0.94252
0.483785	41	0.74645	40	0.99789	40	0.75609	40	0.78335	40	0.96560	40	0.93568	41	0.97795	40	0.88444	40	0.94252
0.430921	42	1.00000	42	1.00000	42	0.99999	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000
0.242621	44	0.98147	43	0.99977	43	0.92743	43	0.98355	44	0.99327	43	0.94225	44	0.93174	43	0.75234	43	0.91163
0.242621	43	0.98147	44	0.99977	44	0.92760	44	0.98355	43	0.99327	44	0.94229	43	0.93175	44	0.75234	44	0.91163
0.239239	46	0.99907	45	0.94127	45	0.73642	45	0.99626	46	0.96429	45	0.96899	45	0.88875	46	0.94318	46	0.90602
0.239239	45	0.99907	46	0.94127	46	0.73661	46	0.99626	45	0.96429	46	0.96903	46	0.88875	45	0.94318	45	0.90602
0.189867	47	0.74256	48	0.99664	48	0.90272	48	0.87342	48	0.92695	48	0.98940	48	0.98854	47	0.99418	48	0.86720
0.0863628	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999
0.189867	48	0.74256	47	0.99664	47	0.90272	47	0.87342	47	0.92695	47	0.98940	47	0.98855	48	0.99418	47	0.86720
0.17575	49	1.00000	49	0.99999	49	0.99999	49	1.00000	49	0.99999	49	0.99999	49	1.00000	49	0.99999	49	0.99999
0.0546626	51	0.92472	52	0.93981	51	0.92564	51	0.98327	52	0.99602	51	0.99118	51	0.95097	52	0.80320	51	0.85258
0.0546626	52	0.92472	51	0.93981	52	0.92564	52	0.98327	51	0.99602	52	0.99118	52	0.95097	51	0.80320	52	0.85257
0.0195424	53	0.99999	53	1.00000	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	1.00000	53	0.99999
0.00070189	54	1.00000	54	1.00000	54	0.99999	54	1.00000	54	0.99999	54	0.99999	54	1.00000	54	0.99999	54	0.99999
1.44953e-05	55	0.98836	56	0.88386	56	0.99258	55	0.78694	55	0.89047	55	0.92924	55	0.98125	56	0.98110	55	0.95645
1.44953e-05	56	0.98836	55	0.88386	55	0.99258	56	0.78694	56	0.89047	56	0.92922	56	0.98125	55	0.98110	56	0.95645
1.30158e-09	57	0.99999	57	0.99999	57	1.00000	57	1.00000	57	0.99999	57	0.99999	57	0.99999	57	1.00000	57	0.99999

4.3 内周・外周のセグメント1枚を並進・回転させたときの影響 - II (複合)

内周・外周のセグメント1枚を並進・回転を組み合わせるとどのように変化するかを見る。前項と同じく、回転対称であることから、内周についてはID1の一つ、外周についてはID7とID8の二パターンを採用する。

並進・回転の値はそれぞれ $20\mu\text{m}$ 、 0.02° に固定し、その組み合わせを変化させる。結果は表4, 5である。

結果としては、これらについても前節での単独の試験と同じく、表の中で閾値となる0.7071を下回っている内積値を示すペアは存在せず、かつ、対応するペア相手が居ない特異値・特異ベクトルについてはほとんど全てが1.0を示し、かつ対応するペアが居る特異ベクトルについては、対応するペア間で内積値が同じになっている。

セグメント並進・回転方向の2つを重ね合わせた効果は、個々の効果をそのまま合算したものにはなっていない。これは、前節の個々の効果の現れ方(内積値の変化)が特異ベクトルの表示と移動方向の相関指標となる可能性があるのと同様の要因によるものであると考えられる。並進・回転の3軸全てを適用した表4においても同様である。

また、表5において $20\mu\text{m}$ と $40\mu\text{m}$ での変化を比較すると、单一の場合と同じくほぼ同じ傾向を示しており、かつその内積値にはほとんど変化がみられない。

表 4: 特異ベクトル対応・内積値 III

基準配置	ID 1 X,Y	ID 1 X, θ	ID 1 Y, θ	ID 1 Y,X	ID 7 X,Y	ID 7 X, θ	ID 7 Y, θ	ID 7 Y,X	ID 8 X,Y	ID 8 X, θ	ID 8 Y, θ
3.55222	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01
3.5027	03	0.86332	03	0.73589	03	0.76634	03	0.78548	03	0.78126	02
3.5027	02	0.86332	02	0.73588	02	0.76634	02	0.78548	02	0.78126	03
3.33075	04	0.82013	04	0.99466	04	0.99617	05	0.96853	05	0.97128	05
3.33075	05	0.82013	05	0.99466	05	0.99617	04	0.96853	04	0.97128	04
3.25228	06	1.00000	06	1.00000	06	0.99999	06	1.00000	06	0.99999	06
3.16449	08	0.74300	08	0.77705	08	0.77555	07	0.86079	07	0.76773	07
3.16449	07	0.74300	07	0.77705	07	0.77554	08	0.86079	08	0.76774	08
3.13541	09	1.00000	09	0.99999	09	0.99999	09	1.00000	09	0.99999	09
3.111329	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10
2.98597	11	1.00000	11	0.99999	11	0.99999	11	1.00000	11	0.99999	11
2.97131	13	0.74526	12	0.94986	12	0.93390	12	0.72036	13	0.83593	13
2.97131	12	0.74526	13	0.94986	13	0.93390	13	0.72036	12	0.83593	12
2.9048	14	0.81421	14	0.92570	14	0.91298	14	0.81541	14	0.85134	14
2.9048	15	0.81420	15	0.92570	15	0.91298	15	0.81541	15	0.85134	15
2.7273	17	0.79443	16	0.84862	16	0.90716	16	0.82479	16	0.83967	16
2.7273	16	0.79443	17	0.84861	17	0.90715	17	0.82479	17	0.83966	17
2.71828	18	0.99099	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18
2.54706	20	0.75812	20	0.94194	20	0.94424	19	0.97534	19	0.97250	19
2.54706	19	0.75812	19	0.94194	19	0.94424	20	0.97534	20	0.97250	20
2.50813	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	0.99999	21	0.99999	21
2.39154	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22
2.3755	23	0.99708	23	0.99672	23	0.98563	23	0.78179	23	0.77274	23
2.3755	24	0.99708	24	0.99672	24	0.98563	24	0.78179	24	0.77274	24
2.10068	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25
2.01032	26	0.72315	26	0.92611	26	0.93844	26	0.90229	26	0.87717	26
2.01032	27	0.72315	27	0.92611	27	0.93844	27	0.90229	27	0.87717	27
1.88631	28	0.78480	29	0.83649	29	0.83259	28	0.98933	28	0.99995	28
1.88631	29	0.78480	28	0.83649	28	0.83259	29	0.98933	29	0.99995	29
1.82369	30	1.00000	30	1.00000	30	1.00000	30	0.99999	30	1.00000	30
1.41072	31	0.80795	32	0.98252	32	0.96796	32	0.73913	32	0.8869	31

表 4: 特異ベクトル対応・内積値 III

基準配置	ID 1 X,Y	ID 1 X, θ	ID 1 Y, θ	ID 1 Y,X	ID 7 X,Y	ID 7 X, θ	ID 7 Y, θ	ID 7 Y,X	ID 8 X,Y	ID 8 X, θ	ID 8 Y, θ	
1.41072	32	0.80795	31	0.98253	31	0.96796	31	0.73913	31	0.88869	32	0.91850
1.37135	33	0.95328	34	0.81902	34	0.82204	34	0.99997	34	0.95714	34	0.95307
1.37135	34	0.95328	33	0.81902	33	0.82204	33	0.99997	33	0.95714	33	0.95307
1.27767	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999
1.24586	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999
0.692195	38	0.96934	38	0.85465	38	0.87646	38	0.70920	38	0.96666	38	0.99587
0.692195	37	0.96934	37	0.85465	37	0.87646	37	0.70920	37	0.96666	37	0.99587
0.576303	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999
0.483785	41	0.86572	41	0.73383	41	0.82207	41	0.91735	41	0.93228	41	0.93753
0.483785	40	0.86572	40	0.73383	40	0.82207	40	0.91735	40	0.93228	40	0.93753
0.430921	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000
0.242621	43	0.85580	43	0.92130	43	0.93966	43	0.89267	43	0.95872	43	0.93613
0.242621	44	0.85580	44	0.92134	44	0.93972	44	0.89267	44	0.95873	44	0.93614
0.239239	45	0.71242	46	0.72592	45	0.77901	45	0.98978	45	0.97274	45	0.96933
0.239239	46	0.71242	45	0.72593	46	0.77907	46	0.98978	46	0.97275	46	0.96934
0.189867	48	0.95191	48	0.91585	48	0.91871	48	0.88841	48	0.98711	48	0.98884
0.189867	47	0.95191	47	0.91585	47	0.91871	47	0.88841	47	0.98711	47	0.98884
0.17575	49	1.00000	49	0.99999	49	0.99999	49	1.00000	49	0.99999	49	1.00000
0.0863628	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999
0.0546626	51	0.71476	51	0.92547	51	0.89660	51	0.95539	51	0.99082	51	0.99062
0.0546626	52	0.71476	52	0.92547	52	0.89660	52	0.95539	52	0.99082	52	0.99062
0.0195424	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	1.00000	53	0.99999	53	0.99999
0.00070189	54	1.00000	54	1.00000	54	0.99999	54	1.00000	54	0.99999	54	0.99999
1.44953e-05	55	0.89521	56	0.98808	56	0.99157	55	0.75239	55	0.92496	55	0.93022
1.44953e-05	56	0.89521	55	0.98808	55	0.99157	56	0.75239	56	0.92496	56	0.93022
1.30158e-09	57	0.99999	57	0.99999	57	1.00000	57	0.99999	57	0.99999	57	1.00000

表 5: 特異ベクトル対応・内積値 IV

基準配置	ID 1 X,Y, θ 0.02	ID 7 X,Y, θ 0.02	ID 8 X,Y, θ 0.02	ID 1 X,Y, θ 0.04	ID 8 X,Y, θ 0.04	ID 7 X,Y, θ 0.04	ID 8 X,Y, θ 0.04
3.55222	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999
3.5027	03 0.75628	03 0.78466	02 0.99714	03 0.75599	03 0.78472	02 0.99717	
3.5027	02 0.75628	02 0.78466	03 0.99714	02 0.75598	02 0.78472	03 0.99717	
3.33075	04 0.99931	05 0.97152	05 0.92768	04 0.99934	05 0.97150	05 0.92754	
3.33075	05 0.99931	04 0.97152	04 0.92768	05 0.99934	04 0.97150	04 0.92754	
3.25228	06 1.00000	06 0.99999	06 0.99999	06 0.99999	06 0.99999	06 0.99999	06 0.99999
3.16449	08 0.78999	07 0.76246	08 0.99704	08 0.78963	07 0.76219	08 0.99698	
3.16449	07 0.78999	08 0.76246	07 0.99704	07 0.78963	08 0.76220	07 0.99698	
3.13541	09 0.99999	09 0.99999	09 0.99999	09 0.99999	09 0.99999	09 0.99999	09 0.99999
3.111329	10 0.99999	10 0.99999	10 0.99999	10 0.99999	10 0.99999	10 0.99999	10 0.99999
2.98597	11 0.99999	11 0.99999	11 0.99999	11 0.99999	11 0.99997	11 0.99999	11 0.99999
2.97131	12 0.95463	13 0.84113	12 0.89421	12 0.95456	13 0.84115	12 0.89440	
2.97131	13 0.95463	12 0.84113	13 0.89421	13 0.95454	12 0.84114	13 0.89439	
2.9048	14 0.91218	14 0.85225	14 0.99542	14 0.91226	14 0.85231	14 0.99545	
2.9048	15 0.91218	15 0.85225	15 0.99542	15 0.91226	15 0.85231	15 0.99545	
2.7273	16 0.88387	16 0.84105	17 0.77845	16 0.88338	16 0.84104	17 0.77711	
2.7273	17 0.88387	17 0.84104	16 0.77847	17 0.88336	17 0.84101	16 0.77718	
2.71828	18 0.99999	18 0.99998	18 0.99998	18 0.99998	18 0.99995	18 0.99992	
2.54706	20 0.96323	19 0.97218	20 0.71487	20 0.96320	19 0.97219	20 0.71489	
2.54706	19 0.96323	20 0.97218	19 0.71487	19 0.96320	20 0.97218	19 0.71489	
2.50813	21 1.00000	21 0.99999	21 0.99999	21 1.00000	21 0.99998	21 0.99999	
2.39154	22 0.99999	22 0.99999	22 0.99999	22 0.99999	22 0.99999	22 0.99999	
2.3755	23 0.99622	23 0.76831	23 0.86669	23 0.99623	23 0.76803	23 0.86653	
2.3755	24 0.99622	24 0.76831	24 0.86669	24 0.99622	24 0.76803	24 0.86653	
2.10068	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999	
2.01032	26 0.94605	26 0.87759	26 0.73967	26 0.94622	26 0.87757	26 0.73965	
2.01032	27 0.94605	27 0.87759	27 0.73967	27 0.94622	27 0.87757	27 0.73965	
1.88631	29 0.80716	28 0.99969	29 0.97188	28 0.80716	29 0.99969	29 0.97193	
1.88631	28 0.80716	29 0.99969	28 0.97188	28 0.80716	29 0.99969	28 0.97193	
1.82369	30 0.99999	30 1.00000	30 1.00000	30 0.99999	30 1.00000	30 1.00000	
1.41072	32 0.98927	32 0.88991	31 0.83899	32 0.98926	32 0.88992	31 0.83895	

表 5: 特異ベクトル対応・内積値 IV

基準配置	ID 1 X,Y, θ 0.02	ID 7 X,Y, θ 0.02	ID 8 X,Y, θ 0.02	ID 1 X,Y, θ 0.04	ID 8 X,Y, θ 0.04	ID 7 X,Y, θ 0.04	ID 8 X,Y, θ 0.04
1.41072	31 0.98927	31 0.88991	32 0.83899	31 0.98926	31 0.88991	32 0.83897	
1.37135	34 0.78329	34 0.95921	33 0.97487	34 0.78325	34 0.95920	33 0.97484	
1.37135	33 0.78329	33 0.95921	34 0.97487	33 0.78325	33 0.95919	34 0.97485	
1.27767	35 0.99999	35 0.99999	35 0.99999	35 0.99999	35 0.99999	35 0.99999	35 0.99999
1.24586	36 0.99999	36 0.99999	36 0.99999	36 0.99999	36 0.99999	36 0.99999	36 0.99999
0.692195	38 0.90511	38 0.99906	37 0.94084	38 0.90509	38 0.99905	37 0.94081	
0.692195	37 0.90511	37 0.99906	38 0.94084	37 0.90509	37 0.99905	38 0.94081	
0.576303	39 0.99999	39 0.99999	39 0.99999	39 0.99999	39 0.99999	39 0.99999	39 0.99999
0.483785	41 0.78737	41 0.93433	41 0.95713	41 0.78750	41 0.93436	41 0.95716	
0.483785	40 0.78737	40 0.93433	40 0.95713	40 0.78750	40 0.93436	40 0.95716	
0.430921	42 1.00000	42 1.00000	42 1.00000	42 0.99999	42 1.00000	42 1.00000	42 1.00000
0.242621	43 0.93508	43 0.95494	43 0.90721	43 0.93490	43 0.95487	43 0.90736	
0.242621	44 0.93513	44 0.95495	44 0.90721	44 0.93512	44 0.95490	44 0.90736	
0.239239	45 0.73641	45 0.97324	46 0.90847	45 0.73375	45 0.97320	46 0.90852	
0.239239	46 0.73647	46 0.97324	45 0.90847	46 0.73398	46 0.97324	45 0.90853	
0.189867	48 0.93047	48 0.98656	48 0.86974	48 0.93027	48 0.98657	48 0.86981	
0.189867	47 0.93047	47 0.98656	47 0.86974	47 0.93027	47 0.98657	47 0.86981	
0.17575	49 0.99999	49 1.00000	49 1.00000	49 0.99999	49 1.00000	49 0.99999	49 0.99999
0.0863628	50 0.99999	50 0.99999	50 0.99999	50 0.99999	50 0.99999	50 0.99999	50 0.99999
0.0546626	51 0.90071	51 0.99025	51 0.87381	51 0.90076	51 0.99025	51 0.87390	
0.0546626	52 0.90071	52 0.99025	52 0.87381	52 0.90076	52 0.99025	52 0.87390	
0.0195424	53 1.00000	53 0.99999	53 0.99999	53 0.99999	53 1.00000	53 0.99999	
0.00070189	54 1.00000	54 1.00000	54 0.99999	54 0.99999	54 0.99999	54 1.00000	
1.44953e-05	56 0.99606	55 0.92648	55 0.95997	56 0.99894	55 0.92621	55 0.96226	
1.44953e-05	55 0.99605	56 0.92648	56 0.95997	55 0.99894	56 0.92619	56 0.96227	
1.30158e-09	57 0.99999	57 0.99999	57 0.99999	57 0.99999	57 0.99998	57 0.99999	

4.4 接する 2 セグメントを同じだけ並進・回転させたときの影響

これまで、セグメント一つに対しての特異ベクトルの変化を見てきたが、複数枚のセグメントを並進・回転させたときの重ね合わせ効果がどうなるかについて、単純な 2 セグメントが並進・回転した場合について調べる。この場合、並進・回転量が異なる場合などさまざまなパターンが考えられるが、並進・回転全てが同じ量変化した場合について調べる⁷。

内周・外周について隣り合うセグメントのパターンは以下の 5 通りに分類できる。

- ID 1 – 2
- ID 1 – 18
- ID 1 – 7
- ID 1 – 8
- ID 7 – 8

並進・回転の値はそれぞれ $20\mu\text{m}$ 、 0.02° に固定し、その組み合わせを変化させる。結果は表 6 である。

複数のセグメントを並進・回転させたときについてもこれまでの結果と同じ傾向を示しており、これまでの検証は回転・並進の影響を受けるセグメントの枚数が増えても成立すると考えられる。

表 6: 特異ベクトル対応・内積値 V

基準配置	ID 1 – 2	ID 1 – 18	ID 1 – 7	ID 1 – 8	ID 7 – 8
3.55222	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999
3.5027	03 0.98220	03 0.80670	03 0.76382	02 0.74346	02 0.83668
3.5027	02 0.98220	02 0.80670	02 0.76382	03 0.74346	03 0.83668
3.33075	04 0.84727	04 0.93217	04 0.81077	04 0.93939	05 0.99977
3.33075	05 0.84727	05 0.93217	05 0.81077	05 0.93939	04 0.99977
3.25228	06 0.99999	06 0.99999	06 0.99999	06 0.99999	06 0.99999
3.16449	08 0.99057	07 0.76168	07 0.72116	08 0.91964	08 0.76469
3.16449	07 0.99057	08 0.76168	08 0.72116	07 0.91964	07 0.76469
3.13541	09 1.00000	09 0.99999	09 0.99999	09 0.99999	09 0.99999
3.11329	10 0.99999	10 0.99999	10 0.99999	10 0.99999	10 0.99999
2.98597	11 0.99998	11 0.99999	11 0.99999	11 0.99999	11 0.99999
2.97131	12 0.97569	12 0.82827	12 0.74464	12 0.93541	13 0.75684
2.97131	13 0.97568	13 0.82827	13 0.74464	13 0.93541	12 0.75684
2.9048	15 0.81116	14 0.97606	14 0.94119	14 0.95292	14 0.99954
2.9048	14 0.81116	15 0.97606	15 0.94119	15 0.95292	15 0.99954
2.7273	17 0.84806	16 0.99959	16 0.91156	16 0.71782	16 0.92595
2.7273	16 0.84806	17 0.99959	17 0.91156	17 0.71784	17 0.92596
2.71828	18 0.99998	18 0.99999	18 0.99999	18 0.99998	18 0.99998
2.54706	20 0.96856	19 0.97259	19 0.94923	20 0.80900	19 0.92587
2.54706	19 0.96856	20 0.97258	20 0.94922	19 0.80900	20 0.92586
2.50813	21 0.99999	21 1.00000	21 0.99999	21 0.99999	21 0.99999
2.39154	22 0.99999	22 0.99999	22 0.99999	22 0.99999	22 0.99999
2.3755	23 0.90606	23 0.99565	23 0.97928	23 0.99373	23 0.78951
2.3755	24 0.90606	24 0.99565	24 0.97928	24 0.99373	24 0.78951
2.10068	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999
2.01032	26 0.98123	26 0.94989	26 0.99500	26 0.94652	26 0.80635

⁷並進・回転を組み合わせたさまざまな場合についてはセグメント 1 枚についての結果の比較から、量を変化させた場合についてはセグメント 1 枚の並進・回転量を変化させた結果の比較からある程度類推することも可能だと考えられるのと、パターンが膨大になりすぎることを防ぐため。

表 6: 特異ベクトル対応・内積値 V

基準配置	ID 1 - 2	ID 1 - 18	ID 1 - 7	ID 1 - 8	ID 7 - 8
2.01032	27 0.98123	27 0.94989	27 0.99500	27 0.94652	27 0.80635
1.88631	28 0.91480	29 0.74006	28 0.73336	29 0.87932	28 0.91981
1.88631	29 0.91480	28 0.74006	29 0.73336	28 0.87932	29 0.91981
1.82369	30 1.00000	30 1.00000	30 1.00000	30 1.00000	30 1.00000
1.41072	32 0.78391	32 0.99928	32 0.90136	31 0.81747	32 0.72581
1.41072	31 0.78391	31 0.99928	31 0.90136	32 0.81747	31 0.72581
1.37135	33 0.92999	34 0.74794	34 0.91072	33 0.99981	33 0.99725
1.37135	34 0.92999	33 0.74794	33 0.91072	34 0.99982	34 0.99725
1.27767	35 0.99999	35 0.99999	35 0.99999	35 0.99999	35 0.99999
1.24586	36 0.99999	36 0.99999	36 0.99999	36 0.99999	36 0.99999
0.692195	38 0.99642	38 0.92823	38 0.92355	38 0.86037	37 0.79399
0.692195	37 0.99642	37 0.92823	37 0.92355	37 0.86037	38 0.79399
0.576303	39 0.99999	39 0.99999	39 0.99999	39 0.99999	39 0.99999
0.483785	41 0.98997	41 0.74219	41 0.93216	41 0.81459	41 0.97006
0.483785	40 0.98996	40 0.74219	40 0.93216	40 0.81459	40 0.97006
0.430921	42 1.00000	42 1.00000	42 1.00000	42 1.00000	42 1.00000
0.242621	43 0.98693	43 0.85996	43 0.98103	43 0.92863	43 0.99899
0.242621	44 0.98693	44 0.85999	44 0.98114	44 0.92871	44 0.99901
0.239239	45 0.97676	46 0.70948	45 0.87796	46 0.73528	45 0.92669
0.239239	46 0.97677	45 0.70948	46 0.87806	45 0.73528	46 0.92671
0.189867	48 0.98892	48 0.76374	48 0.95708	48 0.90948	48 0.94339
0.189867	47 0.98892	47 0.76374	47 0.95708	47 0.90948	47 0.94339
0.17575	49 0.99999	49 0.99999	49 0.99999	49 0.99999	49 1.00000
0.0863628	50 0.99999	50 0.99999	50 0.99999	50 0.99999	50 0.99999
0.0546626	52 0.82646	51 0.88423	51 0.91875	51 0.91889	51 0.99756
0.0546626	51 0.82646	52 0.88423	52 0.91875	52 0.91889	52 0.99755
0.0195424	53 0.99999	53 0.99999	53 0.99999	53 0.99999	53 0.99999
0.00070189	54 0.99999	54 1.00000	54 0.99999	54 0.99999	54 0.99999
1.44953e-05	56 0.83034	56 0.98399	55 0.80471	55 0.73143	55 0.99115
1.44953e-05	55 0.83034	55 0.98399	56 0.80470	56 0.73143	56 0.99115
1.30158e-09	57 0.99999	57 0.99999	57 0.99999	57 0.99999	57 0.99999

4.5 セグメント並進・回転量と内積値変化の関係

セグメントの並進・回転量を変化させた場合の内積値への影響度合いの変化をみる。表 7 は、ID 1 のセグメントのみを X 軸方向に並進させた場合の内積値変化の表で、並進量を変化させた試行を並べている。また、表 8 は並進量を \pm に振った場合の変化であり、基準となる特異ベクトルの列はこれまでとは異なり、セグメント ID 1 を X 軸方向-20 μm 移動させた試行でのものを取りっている。

どの並進移動量に対してもこれまでの結論は成立しているが、内積値の並進移動量に対する振る舞いが異なる。ほぼ全ての特異ベクトルに対し、100nm~2 μm より大きな並進移動量の部分ではほぼ同じ内積値を示しているが、より小さな並進移動量に対しては急激に内積値が変化している。これは、逆に、基準系の非常に対称性がよい配置から求まる、対称性のよい特異ベクトル系に対して、セグメントの並進ずれを与えることにより対称性がくずされた効果を見ていると

言い換えることができると考えられる。そして、その対称性を崩すためには、セグメントの並進移動量が $\sim 1\mu\text{m}$ 程度あればよいと結論付けられる。また、移動方向に対しては影響を受けないということが表8からわかる。

現実上、この程度の量以内にセグメントの理想位置からのずれを合わせこむことは不可能であり、ほとんどの状態においては並進・回転がかかった変換行列が利用されることになると結論付けられる。

表7: 特異ベクトル対応・内積値 VI

基準配置	1nm	10nm	100nm	1μm	2μm	10μm	20μm	100μm	200μm
3.55222	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01
3.5027	02	0.96880	02	0.96101	02	0.99107	02	0.98356	02
3.5027	03	0.96880	03	0.96101	03	0.99107	03	0.98356	03
3.33075	05	0.77680	04	0.93650	04	0.83561	04	0.81548	04
3.33075	04	0.77680	05	0.93650	05	0.83561	05	0.81548	05
3.25228	06	1.00000	06	1.00000	06	1.00000	06	0.99999	06
3.16449	07	0.71489	07	0.73518	07	0.71265	07	0.71097	07
3.16449	08	0.71489	08	0.73518	08	0.71265	08	0.71097	08
3.13541	09	1.00000	09	1.00000	09	1.00000	09	1.00000	09
3.111329	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	1.00000	10
2.98597	11	1.00000	11	1.00000	11	1.00000	11	1.00000	11
2.97131	12	0.80547	12	0.74864	13	0.72372	13	0.72691	13
2.97131	13	0.80547	13	0.74864	12	0.72373	12	0.72691	12
2.9048	14	0.99762	14	0.91301	14	0.90940	14	0.90686	14
2.9048	15	0.99762	15	0.91301	15	0.90940	15	0.90686	15
2.7273	17	0.85107	17	0.99432	17	0.99815	17	0.99910	17
2.7273	16	0.85107	16	0.99433	16	0.99815	16	0.99910	16
2.71828	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18
2.54706	20	0.75206	20	0.99943	20	0.99960	20	0.99921	20
2.54706	19	0.75206	19	0.99943	19	0.99960	19	0.99921	19
2.50813	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21
2.39154	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22
2.3755	23	0.91762	23	0.97893	23	0.97932	23	0.97954	23
2.3755	24	0.91762	24	0.97892	24	0.97932	24	0.97954	24
2.10068	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25
2.01032	26	0.71484	27	0.83413	27	0.88160	27	0.88301	27
2.01032	27	0.71484	26	0.83413	26	0.88160	26	0.88301	26
1.88631	28	0.97219	28	0.80992	29	0.73425	29	0.74621	29
1.88631	29	0.97219	29	0.80992	28	0.73425	28	0.74621	28
1.82369	30	1.00000	30	1.00000	30	1.00000	30	1.00000	30
1.41072	31	0.95348	32	0.91283	32	0.94814	32	0.94760	32

表7: 特異ベクトル対応・内積値 VI

基準配置	1nm	10nm	100nm	1μm	2μm	10μm	20μm	100μm	200μm	
1.41072	32	0.95349	31	0.91283	31	0.94814	31	0.94761	31	0.94758
1.37135	33	0.76806	33	0.99668	33	0.99992	33	0.99981	33	0.99979
1.37135	34	0.76806	34	0.99668	34	0.99992	34	0.99982	34	0.99979
1.27767	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999
1.24586	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999
0.692195	37	0.89574	38	0.86273	38	0.96725	38	0.96482	38	0.96563
0.692195	38	0.89574	37	0.86273	37	0.96725	37	0.96482	37	0.96563
0.576303	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999
0.483785	40	0.97593	40	0.71208	40	0.74682	40	0.74603	40	0.74566
0.483785	40	0.97593	41	0.71208	41	0.74682	41	0.74603	41	0.74566
0.430921	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000
0.242621	44	0.93725	44	0.98237	44	0.98166	44	0.98155	44	0.98155
0.242621	43	0.93725	43	0.98237	43	0.98166	43	0.98155	43	0.98155
0.239239	45	0.72869	46	0.99362	46	0.99910	46	0.99918	46	0.99911
0.239239	46	0.72868	45	0.99362	45	0.99910	45	0.99918	45	0.99911
0.189867	47	0.74703	47	0.77378	47	0.74057	47	0.74438	47	0.74347
0.189867	48	0.74703	48	0.77378	48	0.74057	48	0.74438	48	0.74347
0.17575	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000
0.0863628	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999
0.0546626	52	0.94514	51	0.85584	51	0.93199	51	0.92461	51	0.92344
0.0546626	51	0.94514	52	0.85584	52	0.93199	52	0.92461	52	0.92344
0.0195424	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999
0.00070189	54	1.00000	54	1.00000	54	1.00000	54	1.00000	54	1.00000
1.44953e-05	56	0.96199	56	0.87756	55	0.82785	55	0.92142	55	0.99999
1.44953e-05	55	0.96199	55	0.87756	56	0.82785	56	0.92142	56	0.99999
1.30158e-09	57	1.00000	57	1.00000	57	1.00000	57	1.00000	57	1.00000

表 8: 特異ベクトル対応・内積値 VI - 2

$-20\mu\text{m}$	$+20\mu\text{m}$	$0\mu\text{m}$	$+40\mu\text{m}$	$-40\mu\text{m}$
3.55222	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999	01 0.99999
3.5027	03 1.00000	03 0.98353	03 0.99999	02 0.99999
3.5027	02 1.00000	02 0.98353	02 0.99999	03 0.99999
3.33075	05 1.00000	05 0.81649	05 0.99999	04 1.00000
3.33075	04 0.99999	04 0.81649	04 0.99999	05 0.99999
3.25228	06 1.00000	06 1.00000	06 1.00000	06 1.00000
3.16449	08 1.00000	08 0.71064	08 1.00000	07 1.00000
3.16448	07 1.00000	07 0.71064	07 1.00000	08 0.99999
3.13541	09 0.99999	09 1.00000	09 0.99999	09 1.00000
3.11329	10 0.99999	10 0.99999	10 1.00000	10 1.00000
2.98598	11 1.00000	11 1.00000	11 0.99999	11 1.00000
2.97131	13 0.99999	12 0.72740	13 0.99999	12 1.00000
2.97131	12 1.00000	13 0.72741	12 0.99999	13 1.00000
2.9048	15 0.99999	15 0.90682	15 0.99999	14 0.99999
2.90479	14 1.00000	14 0.90682	14 0.99999	15 1.00000
2.7273	17 1.00000	16 0.99905	17 0.99999	16 1.00000
2.7273	16 1.00000	17 0.99905	16 0.99999	17 0.99999
2.71828	18 0.99999	18 0.99999	18 0.99999	18 0.99999
2.54706	20 1.00000	19 0.99937	20 1.00000	19 1.00000
2.54705	19 0.99999	20 0.99937	19 0.99999	20 0.99999
2.50813	21 0.99999	21 1.00000	21 0.99999	21 0.99999
2.39154	22 0.99999	22 0.99999	22 0.99999	22 1.00000
2.37552	24 0.99999	24 0.97934	24 0.99999	23 1.00000
2.37549	23 1.00000	23 0.97934	23 1.00000	24 1.00000
2.10068	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999	25 0.99999
2.01033	27 1.00000	26 0.88353	27 1.00000	26 1.00000
2.01032	26 0.99999	27 0.88353	26 0.99999	27 0.99999
1.88631	29 0.99999	28 0.74727	29 1.00000	28 1.00000
1.8863	28 1.00000	29 0.74727	28 1.00000	29 1.00000
1.82369	30 0.99999	30 1.00000	30 0.99999	30 1.00000
1.41072	32 1.00000	31 0.94764	32 0.99999	31 0.99999
1.41072	31 0.99999	32 0.94764	31 1.00000	32 1.00000
1.37135	34 1.00000	34 0.99978	34 1.00000	33 1.00000
1.37134	33 0.99999	33 0.99978	33 0.99999	34 0.99999
1.27767	35 1.00000	35 0.99999	35 1.00000	35 1.00000
1.24586	36 1.00000	36 0.99999	36 1.00000	36 1.00000
0.6922	38 1.00000	37 0.96584	38 1.00000	37 1.00000
0.692192	37 1.00000	38 0.96584	37 1.00000	38 1.00000
0.576303	39 0.99999	39 0.99999	39 1.00000	39 1.00000
0.48379	41 1.00000	41 0.74642	41 1.00000	40 1.00000
0.483781	40 0.99999	40 0.74642	40 1.00000	41 1.00000
0.430922	42 0.99999	42 1.00000	42 1.00000	42 0.99999

表 8: 特異ベクトル対応・内積値 VI - 2

$-20\mu\text{m}$	$+20\mu\text{m}$	$0\mu\text{m}$	$+40\mu\text{m}$	$-40\mu\text{m}$
0.242622	44 0.99999	43 0.98163	44 0.99999	43 1.00000
0.24262	43 0.99999	44 0.98163	43 0.99999	44 0.99999
0.239242	46 0.99999	45 0.99910	46 0.99999	45 0.99999
0.239238	45 0.99999	46 0.99910	45 0.99999	46 0.99999
0.189868	48 0.99999	48 0.74252	48 0.99999	47 0.99999
0.189866	47 0.99999	47 0.74252	47 1.00000	48 0.99999
0.17575	49 0.99999	49 0.99999	49 0.99999	49 0.99999
0.0863605	50 0.99999	50 0.99999	50 1.00000	50 1.00000
0.0546635	52 0.99999	52 0.92469	52 0.99999	51 0.99999
0.054662	51 0.99999	51 0.92469	51 1.00000	52 0.99999
0.0195439	53 0.99999	53 0.99999	53 1.00000	53 0.99999
0.0007019	54 1.00000	54 1.00000	54 1.00000	54 0.99999
1.45017e-05	56 0.99938	56 0.99452	56 0.99884	55 0.99947
1.44962e-05	55 0.99938	55 0.99452	55 0.99884	56 0.99947
4.93378e-09	57 1.00000	57 1.00000	57 0.99999	57 1.00000

5 並進・回転の影響 — ずらしたギャップセンサー配置において

前章では基準系に対してセグメントがずれた影響を試験したが、ここでは基準系からずらしたギャップセンサー配置に対して試験する。

5.1 利用するギャップセンサー配置

利用するギャップセンサー配置は図 9 とし、特異ベクトルは図 10, 11 のようになる。

5.2 セグメント並進・回転の影響

前章図 2, 6, 7 のそれぞれに対応する表を図 9, 10, 11 に示す。

これらの表をそれぞれ比較すると、さほど傾向は変化していない。つまり、セグメントの並進・回転による特異値・特異ベクトルへの影響は、ギャップセンサー配置による特異ベクトルの縮退状態の改善とは独立にかかってくるものであるといえる。

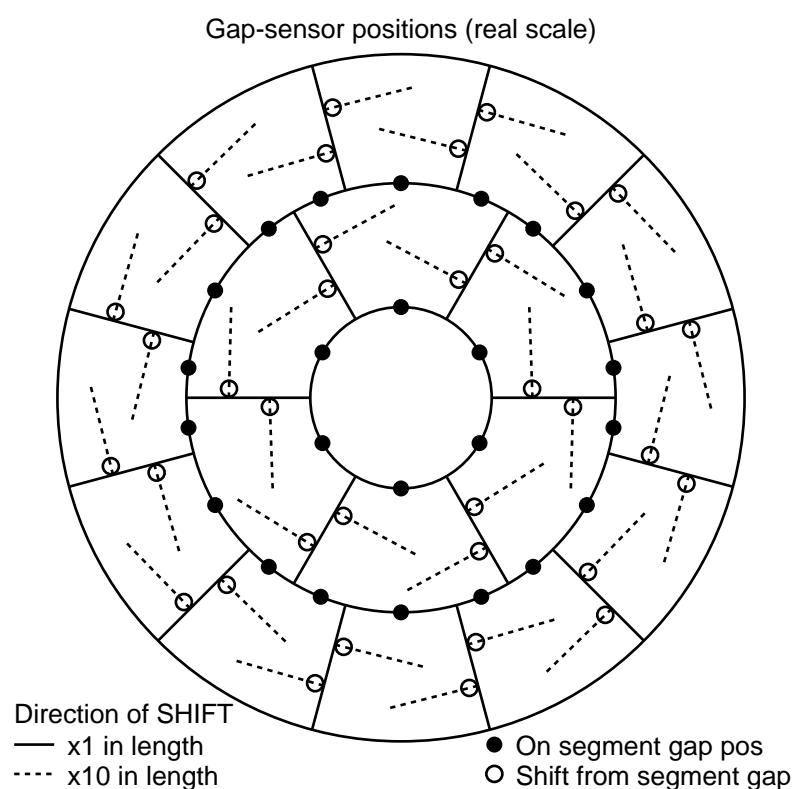


図 9: ギャップセンサー配置 (c12)

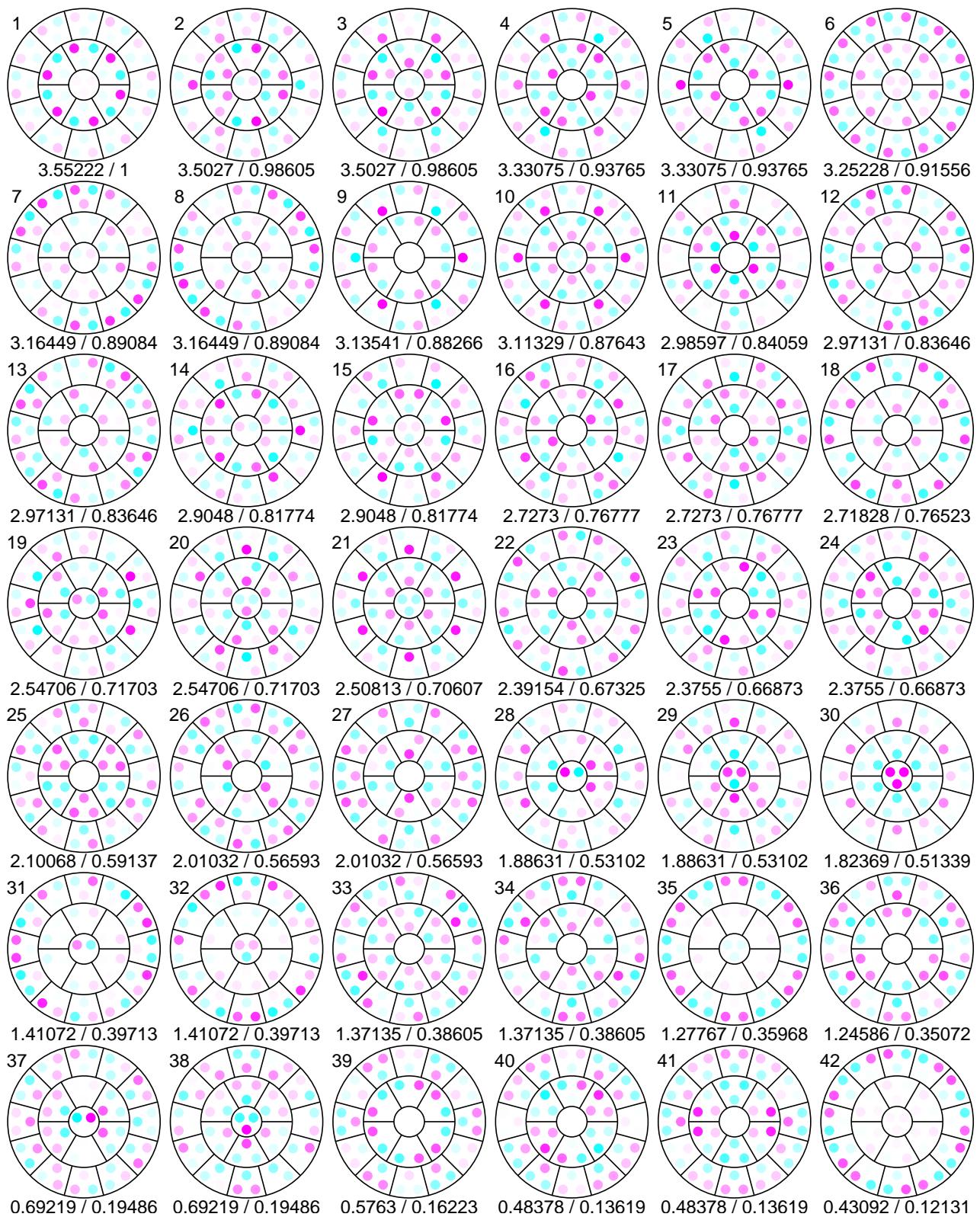


図 10: c12 特異ベクトル I

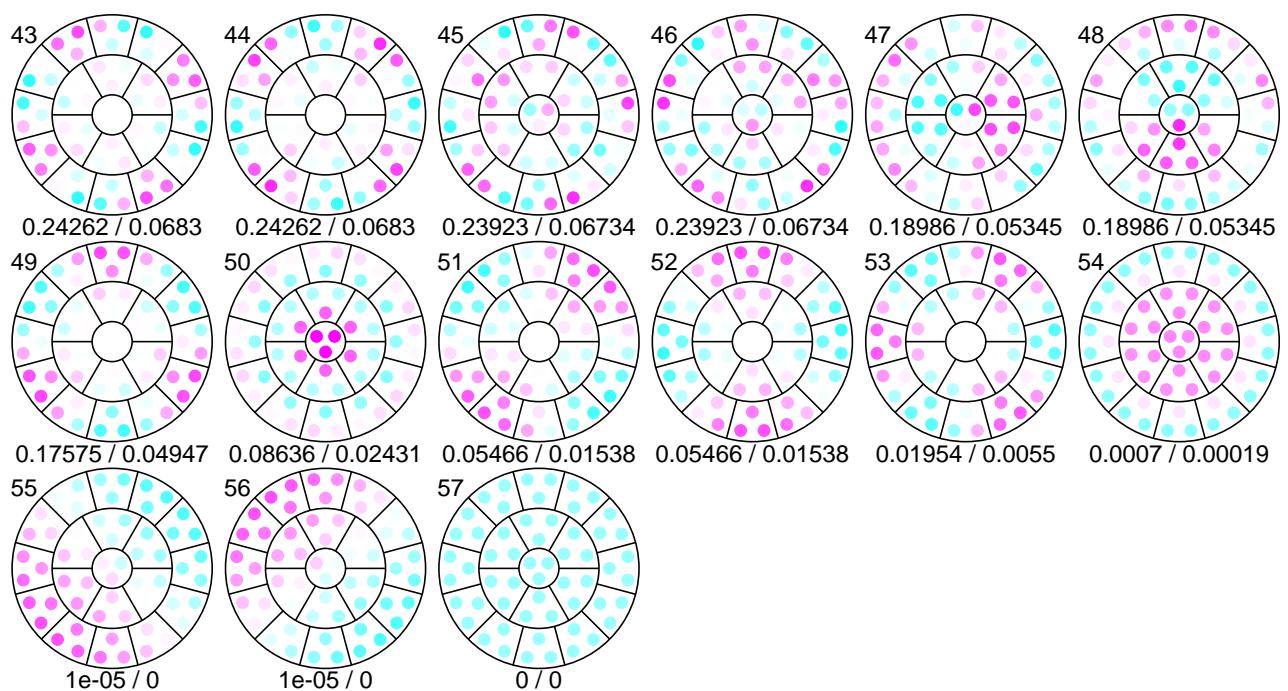


図 11: c12 特異ベクトル II

表 9: 特異ベクトル対応・内積値 2-I

基準配置	ID 1 X 20 μ m	ID 1 Y 20 μ m	ID 1 θ 0.02°	ID 1 θ 0.02°	ID 7 X 20 μ m	ID 7 Y 20 μ m	ID 7 θ 0.02°	ID 7 θ 0.02°	ID 8 X 20 μ m	ID 8 Y 20 μ m	ID 8 θ 0.02°
3.55222	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01
3.5027	02	0.98350	03	0.94249	03	0.74683	03	0.84813	03	0.77809	03
3.5027	03	0.98350	02	0.94249	02	0.74683	02	0.84813	02	0.77809	02
3.33075	04	0.81642	04	0.74658	04	0.99840	05	0.95126	05	0.97331	05
3.33075	05	0.81642	05	0.74658	05	0.99840	04	0.95126	04	0.97331	04
3.25228	06	1.00000	06	0.99999	06	0.99999	06	0.99999	06	1.00000	06
3.16449	07	0.71061	08	0.88357	08	0.76518	07	0.98355	07	0.72098	07
3.16449	08	0.71061	07	0.88357	07	0.76518	08	0.98355	08	0.72098	08
3.13541	09	1.00000	09	1.00000	09	0.99999	09	1.00000	09	1.00000	09
3.111329	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	1.00000	10	0.99999	10
2.98597	11	1.00000	11	1.00000	11	0.99999	11	1.00000	11	0.99999	11
2.97131	13	0.72739	13	0.80266	12	0.92967	12	0.92030	13	0.87802	13
2.97131	12	0.72739	12	0.80266	13	0.92966	13	0.92030	12	0.87802	12
2.9048	14	0.90689	15	0.82290	14	0.92851	14	0.73601	14	0.86038	14
2.9048	15	0.90688	14	0.82290	15	0.92851	15	0.73601	15	0.86038	15
2.7273	17	0.99906	16	0.98395	16	0.87892	16	0.78350	16	0.85268	16
2.7273	16	0.99906	17	0.98395	17	0.87891	17	0.78350	17	0.85268	17
2.71828	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18	1.00000	18	0.99999	18
2.54706	20	0.99936	19	0.84510	20	0.92180	19	0.99125	19	0.96975	19
2.54706	19	0.99936	20	0.84510	19	0.92180	20	0.99125	20	0.96975	20
2.50813	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21
2.39154	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22
2.3755	23	0.97932	23	0.99294	23	0.98344	23	0.76984	23	0.74020	23
2.3755	24	0.97932	24	0.99294	24	0.98344	24	0.76984	24	0.74020	24
2.10068	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25
2.01032	27	0.88352	26	0.97064	26	0.92030	26	0.90859	26	0.88240	26
2.01032	26	0.88352	27	0.97063	27	0.92030	27	0.90859	27	0.88240	27
1.88631	29	0.74712	28	0.99995	29	0.86938	29	0.91361	29	0.98956	29
1.88631	28	0.74712	29	0.99995	28	0.86938	29	0.91361	29	0.98956	29
1.82369	30	0.99999	30	1.00000	30	1.00000	30	0.99999	30	1.00000	30
1.41072	32	0.94758	31	0.95507	32	0.96442	31	0.91893	32	0.89862	31

表 9: 特異ベクトル対応・内積値 2-I

基準配置	ID 1 X 20 μ m	ID 1 Y 20 μ m	ID 1 Z 20 μ m	ID 1 θ 0.02°	ID 1 θ 0.02°	ID 7 X 20 μ m	ID 7 Y 20 μ m	ID 7 Z 20 μ m	ID 7 θ 0.02°	ID 7 θ 0.02°	ID 8 X 20 μ m	ID 8 Y 20 μ m	ID 8 θ 0.02°	
1.41072	31	0.94758	32	0.95507	31	0.96442	32	0.91893	31	0.89862	31	0.91030	32	0.99913
1.37135	33	0.99979	33	0.90859	34	0.84564	34	0.74633	34	0.97397	34	0.95012	33	0.99260
1.37135	34	0.99979	34	0.90859	33	0.84564	33	0.74633	33	0.97397	33	0.95012	34	0.99260
1.27767	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999
1.24586	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999
0.692195	38	0.96576	38	0.97136	38	0.81985	37	0.91280	38	0.96552	38	0.99170	38	0.71796
0.692195	37	0.96576	37	0.97136	37	0.81985	38	0.91280	37	0.96552	37	0.99170	37	0.71796
0.576303	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999
0.483785	40	0.74646	41	0.99789	41	0.75573	41	0.78327	41	0.96561	41	0.93567	40	0.97809
0.483785	41	0.74646	40	0.99789	40	0.75573	40	0.78327	40	0.96561	40	0.93567	41	0.97809
0.430921	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000
0.242621	44	0.98152	43	0.99977	43	0.92777	43	0.98355	44	0.99326	43	0.94233	44	0.93188
0.242621	43	0.98152	44	0.99977	44	0.92781	44	0.98355	43	0.99326	44	0.94233	43	0.93188
0.239239	46	0.99908	45	0.94122	45	0.73955	45	0.99626	46	0.96429	45	0.96902	45	0.88866
0.239239	45	0.99908	46	0.94122	46	0.73960	46	0.99626	45	0.96429	46	0.96902	46	0.88866
0.189867	47	0.74276	48	0.99661	48	0.90300	48	0.87336	48	0.92663	48	0.98939	48	0.98861
0.189867	48	0.74276	47	0.99661	47	0.90300	47	0.87336	47	0.92663	47	0.98939	47	0.98861
0.17575	49	1.00000	49	1.00000	49	0.99999	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000
0.0863628	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999
0.0546626	51	0.92469	52	0.93989	51	0.92560	51	0.98334	52	0.99617	51	0.99120	51	0.95111
0.0546626	52	0.92469	51	0.93988	52	0.92560	52	0.98334	51	0.99617	52	0.99119	52	0.95111
0.0195424	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	1.00000	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999
0.00070189	54	1.00000	54	1.00000	54	0.99999	54	1.00000	54	0.99999	54	1.00000	54	1.00000
1.44953e-05	55	0.99023	56	0.93468	56	0.98935	55	0.79259	55	0.73539	55	0.92909	55	0.98168
1.44953e-05	56	0.99023	55	0.93467	55	0.98935	56	0.79259	56	0.73539	56	0.92909	55	0.98168
1.30158e-09	57	0.99999	57	1.00000	57	0.99999	57	0.99999	57	0.99999	57	1.00000	57	0.99999

表 10: 特異ベクトル対応・内積値 2-V

基準配置	ID 1 - 2		ID 1 - 18		ID 1 - 7		ID 1 - 8		ID 7 - 8	
3.55222	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999
3.5027	03	0.98220	03	0.80670	03	0.76382	02	0.74346	02	0.83668
3.5027	02	0.98220	02	0.80670	02	0.76382	03	0.74346	03	0.83668
3.33075	04	0.84727	04	0.93217	04	0.81077	04	0.93939	05	0.99977
3.33075	05	0.84727	05	0.93217	05	0.81077	05	0.93939	04	0.99977
3.25228	06	0.99999	06	0.99999	06	0.99999	06	0.99999	06	0.99999
3.16449	08	0.99057	07	0.76168	07	0.72116	08	0.91964	08	0.76469
3.16449	07	0.99057	08	0.76168	08	0.72116	07	0.91964	07	0.76469
3.13541	09	1.00000	09	0.99999	09	0.99999	09	0.99999	09	0.99999
3.11329	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999
2.98597	11	0.99998	11	0.99999	11	0.99999	11	0.99999	11	0.99999
2.97131	12	0.97569	12	0.82827	12	0.74464	12	0.93541	13	0.75684
2.97131	13	0.97568	13	0.82827	13	0.74464	13	0.93541	12	0.75684
2.9048	15	0.81116	14	0.97606	14	0.94119	14	0.95292	14	0.99954
2.9048	14	0.81116	15	0.97606	15	0.94119	15	0.95292	15	0.99954
2.7273	17	0.84806	16	0.99959	16	0.91156	16	0.71782	16	0.92595
2.7273	16	0.84806	17	0.99959	17	0.91156	17	0.71784	17	0.92596
2.71828	18	0.99998	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99998	18	0.99998
2.54706	20	0.96856	19	0.97259	19	0.94923	20	0.80900	19	0.92587
2.54706	19	0.96856	20	0.97258	20	0.94922	19	0.80900	20	0.92586
2.50813	21	0.99999	21	1.00000	21	0.99999	21	0.99999	21	0.99999
2.39154	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999
2.3755	23	0.90606	23	0.99565	23	0.97928	23	0.99373	23	0.78951
2.3755	24	0.90606	24	0.99565	24	0.97928	24	0.99373	24	0.78951
2.10068	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999
2.01032	26	0.98123	26	0.94989	26	0.99500	26	0.94652	26	0.80635
2.01032	27	0.98123	27	0.94989	27	0.99500	27	0.94652	27	0.80635
1.88631	28	0.91480	29	0.74006	28	0.73336	29	0.87932	28	0.91981
1.88631	29	0.91480	28	0.74006	29	0.73336	28	0.87932	29	0.91981
1.82369	30	1.00000	30	1.00000	30	1.00000	30	1.00000	30	1.00000
1.41072	32	0.78391	32	0.99928	32	0.90136	31	0.81747	32	0.72581
1.41072	31	0.78391	31	0.99928	31	0.90136	32	0.81747	31	0.72581
1.37135	33	0.92999	34	0.74794	34	0.91072	33	0.99981	33	0.99725
1.37135	34	0.92999	33	0.74794	33	0.91072	34	0.99982	34	0.99725
1.27767	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999
1.24586	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999
0.692195	38	0.99642	38	0.92823	38	0.92355	38	0.86037	37	0.79399
0.692195	37	0.99642	37	0.92823	37	0.92355	37	0.86037	38	0.79399
0.576303	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999
0.483785	41	0.98997	41	0.74219	41	0.93216	41	0.81459	41	0.97006
0.483785	40	0.98996	40	0.74219	40	0.93216	40	0.81459	40	0.97006
0.430921	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000

表 10: 特異ベクトル対応・内積値 2-V

基準配置	ID 1 - 2		ID 1 - 18		ID 1 - 7		ID 1 - 8		ID 7 - 8	
0.242621	43	0.98693	43	0.85996	43	0.98103	43	0.92863	43	0.99899
0.242621	44	0.98693	44	0.85999	44	0.98114	44	0.92871	44	0.99901
0.239239	45	0.97676	46	0.70948	45	0.87796	46	0.73528	45	0.92669
0.239239	46	0.97677	45	0.70948	46	0.87806	45	0.73528	46	0.92671
0.189867	48	0.98892	48	0.76374	48	0.95708	48	0.90948	48	0.94339
0.189867	47	0.98892	47	0.76374	47	0.95708	47	0.90948	47	0.94339
0.17575	49	0.99999	49	0.99999	49	0.99999	49	0.99999	49	1.00000
0.0863628	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999
0.0546626	52	0.82646	51	0.88423	51	0.91875	51	0.91889	51	0.99756
0.0546626	51	0.82646	52	0.88423	52	0.91875	52	0.91889	52	0.99755
0.0195424	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999
0.00070189	54	0.99999	54	1.00000	54	0.99999	54	0.99999	54	0.99999
1.44953e-05	56	0.83034	56	0.98399	55	0.80471	55	0.73143	55	0.99115
1.44953e-05	55	0.83034	55	0.98399	56	0.80470	56	0.73143	56	0.99115
1.30158e-09	57	0.99999	57	0.99999	57	0.99999	57	0.99999	57	0.99999

表 11: 特異ベクトル対応・内積値 2-VI

基準配置	1nm	10nm	100nm	1μm	2μm	10μm	20μm	100μm	200μm
3.55222	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01	0.99999	01
3.5027	02	0.96880	02	0.96101	02	0.99107	02	0.98356	02
3.5027	03	0.96880	03	0.96101	03	0.99107	03	0.98356	03
3.33075	05	0.77680	04	0.93650	04	0.83561	04	0.81548	04
3.33075	04	0.77680	05	0.93650	05	0.83561	05	0.81548	05
3.25228	06	1.00000	06	1.00000	06	1.00000	06	0.99999	06
3.16449	07	0.71489	07	0.73518	07	0.71265	07	0.71097	07
3.16449	08	0.71489	08	0.73518	08	0.71265	08	0.71097	08
3.13541	09	1.00000	09	1.00000	09	1.00000	09	1.00000	09
3.11329	10	0.99999	10	0.99999	10	0.99999	10	1.00000	10
2.98597	11	1.00000	11	1.00000	11	1.00000	11	1.00000	11
2.97131	12	0.80547	12	0.74864	13	0.72372	13	0.72691	13
2.97131	13	0.80547	13	0.74864	12	0.72373	12	0.72691	12
2.9048	14	0.99762	14	0.91301	14	0.90940	14	0.90686	14
2.9048	15	0.99762	15	0.91301	15	0.90940	15	0.90686	15
2.7273	17	0.85107	17	0.99432	17	0.99815	17	0.99910	17
2.7273	16	0.85107	16	0.99433	16	0.99815	16	0.99910	16
2.71828	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18	0.99999	18
2.54706	20	0.75206	20	0.99943	20	0.99960	20	0.99921	20
2.54706	19	0.75206	19	0.99943	19	0.99960	19	0.99921	19
2.50813	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21	1.00000	21
2.39154	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22	0.99999	22
2.3755	23	0.91762	23	0.97893	23	0.97932	23	0.97954	23
2.3755	24	0.91762	24	0.97892	24	0.97932	24	0.97954	24
2.10068	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25	0.99999	25
2.01032	26	0.71484	27	0.83413	27	0.88160	27	0.88301	27
2.01032	27	0.71484	26	0.83413	26	0.88160	26	0.88301	26
1.88631	28	0.97219	28	0.80992	29	0.73425	29	0.74621	29
1.88631	29	0.97219	29	0.80992	28	0.73425	28	0.74621	28
1.82369	30	1.00000	30	1.00000	30	0.99999	30	1.00000	30
1.41072	31	0.95348	32	0.91283	32	0.94814	32	0.94760	32

表 11: 特異ベクトル対応・内積値 2-VI

基準配置	1nm	10nm	100nm	1μm	2μm	10μm	20μm	100μm	200μm	
1.41072	32	0.95349	31	0.91283	31	0.94814	31	0.94761	31	0.94758
1.37135	33	0.76806	33	0.99668	33	0.99992	33	0.99981	33	0.99979
1.37135	34	0.76806	34	0.99668	34	0.99992	34	0.99982	34	0.99979
1.27767	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999	35	0.99999
1.24586	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999	36	0.99999
0.692195	37	0.89574	38	0.86273	38	0.96725	38	0.96482	38	0.96563
0.692195	38	0.89574	37	0.86273	37	0.96725	37	0.96482	37	0.96563
0.576303	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999	39	0.99999
0.483785	40	0.97593	40	0.71208	40	0.74682	40	0.74603	40	0.74566
0.483785	40	0.97593	41	0.71208	41	0.74682	41	0.74603	41	0.74566
0.430921	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000	42	1.00000
0.242621	44	0.93725	44	0.98237	44	0.98166	44	0.98155	44	0.98155
0.242621	43	0.93725	43	0.98237	43	0.98166	43	0.98155	43	0.98155
0.239239	45	0.72869	46	0.99362	46	0.99910	46	0.99918	46	0.99911
0.239239	46	0.72868	45	0.99362	45	0.99910	45	0.99918	45	0.99911
0.189867	47	0.74703	47	0.77378	47	0.74057	47	0.74438	47	0.74347
0.189867	48	0.74703	48	0.77378	48	0.74057	48	0.74438	48	0.74347
0.17575	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000	49	1.00000
0.0863628	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999	50	0.99999
0.0546626	52	0.94514	51	0.85584	51	0.93199	51	0.92461	51	0.92344
0.0546626	51	0.94514	52	0.85584	52	0.93199	52	0.92461	52	0.92344
0.0195424	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999	53	0.99999
0.00070189	54	1.00000	54	1.00000	54	1.00000	54	1.00000	54	1.00000
1.44953e-05	56	0.96199	56	0.87756	55	0.82785	55	0.92142	55	0.99999
1.44953e-05	55	0.96199	55	0.87756	56	0.82785	56	0.92142	56	0.99999
1.30158e-09	57	1.00000	57	1.00000	57	1.00000	57	1.00000	57	1.00000

6 まとめ

分割主鏡制御時に重要となるギャップセンサー読み出し値からセグメントのアクチュエータ制御量への変換の際の変換行列の特異値・特異ベクトルに対し、セグメントに並進・回転が発生した場合にどのような影響が及ぼされるかについて検証した。

この結果、以下のようなことが判明した。

- ペアをなす特異ベクトルについてはそのペアの中で閉じた影響が発生する
- ペアを作らない特異ベクトルについてセグメントの並進・回転の影響は小さい
- 並進・回転が重ねあわされたときの影響は、重ね合わせの状況に依存して発生し、単純な畳み込みなどではない
- ある一軸の並進・回転の影響は、理想位置に対して微調整不可能な微小量 ($100\text{nm} \sim 2\mu\text{m}$) を超えたずれが発生したところではほぼ変化しない
- ギャップセンサー配置による特異ベクトルの縮退改善とセグメントの並進・回転による特異ベクトルへの影響は独立事象である

これらから、実際の制御アルゴリズムを検討する上で必要な(追加)検証項目には以下のものがあげられる。これらについて影響が同じであると結論付けられるなら、セグメントの並進・回転については、全てのセグメントを並進・回転の全ての軸で典型量動かした場合についてのみ検討しておけばどのような状態に対しても適用できるといえる可能性がある。

- 対称でない並進・回転量に対して相互比較を行った際の特異ベクトル変化は同じであるかどうか