

分割主鏡シミュレーター(第3版バージョン8) — 变換行列測定試験

岡山新技術望遠鏡グループ

平成23年6月1日

目次

| | |
|--|----|
| 1 概要 | 1 |
| 2 検証内容の検討 | 2 |
| 2.1 行列の測定方法 | 2 |
| 2.2 内環の扱い | 2 |
| 2.3 行列の評価 | 2 |
| 2.4 測定条件 | 3 |
| 3 測定結果 I – 理想的な配置データの場合の擾乱・誤差の影響 | 3 |
| 4 測定結果 II – 角度に誤差をつけた場合の擾乱・誤差の影響 | 8 |
| 5 測定結果 III – z 、距離に誤差をつけた場合の擾乱・誤差の影響 | 13 |
| 6 結論 | 18 |

1 概要

ギャップセンサーの読み出し値からアクチュエータの制御量を求める際の変換に利用する行列について、明示的に行列を定義するためのギャップセンサーとアクチュエータの配置についての情報(位置・方向)を与える代わりに、実際の望遠鏡に載せたときと同じくアクチュエータを動かしたときのギャップセンサーの読み出し値のみから生成する方法が実装された。しかしながら、この方法では行列の中には含まれているが実際には存在しない内環に配置された3点の仮想アクチュエータについて、仮想アクチュエータを動かす代わりに内周セグメントを動かすことによりアクチュエータ制御量とギャップセンサー読み出し値の対応(行列要素)を決定している。このため、内周セグメントと内環の間のギャップセンサーについての正確な位置と取り付け角度を与える必要があるが、位置を3次元レーザー測定器で測定するとしても完全に正確な測定是不可能であり、これによる影響を把握する必要がある。また、理想シミュレータではアクチュエータの制御位置やギャップセンサーの読み出し値は理想値として与えられるが、実際の望遠鏡では望遠鏡架台トラスの機械的ゆがみや風などによる擾乱、ギャップセンサーの読み出しノイズなどが加算されるため、測定された行列の要素は理想値からずれる。

これらの実際の望遠鏡で運用する際に発生する、理想的に計算された変換行列と測定された変換行列の違いの影響を検証する。

2 検証内容の検討

2.1 行列の測定方法

行列要素の測定は、以下の手順で行う。ギャップセンサーの値を読み出す場合には、通常のステップシミュレーションと同じく、アクチュエータ制御量への各ステップでの擾乱とギャップセンサー読み出し値へのノイズ加算は指定された値で行う。

- 指定された回数だけギャップセンサーの値を読み出し平均化する (- 積算)
- 指定された距離だけアクチュエータを動かす
- アクチュエータが動作停止するのを待つ (シミュレータでは時定数をなくす)
- 指定された回数だけギャップセンサーの値を読み出し平均化する (+ 積算)
- 指定された距離だけアクチュエータを戻す
- アクチュエータが動作停止するのを待つ (シミュレータでは時定数をなくす)
- 一つのアクチュエータに対して測定が完了

なお、あるギャップセンサーがどのセグメント間に配置されているかという情報は既知であることから、あるアクチュエータを駆動した場合に測定されたギャップセンサー読み出し値のうち、配置情報から値が出力されないはずの要素については全てノイズの影響と考えて 0 とする。これにより、最終的な測定した変換行列においても、理想的な変換行列でゼロでない要素にのみ値が入るような行列が得られる。

2.2 内環の扱い

内環は一体の構造物であり、内環側に取り付けるギャップセンサーの面を含めて、機械的精度で望遠鏡に取り付けられる。そして、その取り付け位置については、内環を望遠鏡に取り付けた後、3 次元レーザー測定器で望遠鏡のリファレンス位置に対しての相対位置測定を行うことで ~10µm のレベル¹での実測が可能であるといえる。また、望遠鏡が回転することによる重力方向の変化によるゆがみについても、ギャップセンサーが取り付く部分がなるべく変形しないよう最適化した支持を行うことが検討されており、かつ、その構造をシミュレーションすることである程度正確な変化のを事前に補正テーブルのような形で把握することは可能であると考えられている。

このため、行列測定時に与える内環と内周セグメント間のギャップセンサーの取り付け位置・角度については、取り付け角度についてのみ目標とする取り付け角度誤差 (0.1°) ずれた場合の解析を行うこととする。

2.3 行列の評価

以前のレポートにおいて、セグメントの横ずれなどが発生した場合に特異値・特異ベクトルの変化が 2 種類 (ペアを構成するものと単独のもの) に分かれ、そのそれぞれにおいて特徴的な変化をすることが判明している。これは、ペアを構成するものはそのペアが構成する平面の中で特異ベクトルが変化 (回転) するというものであり、望遠鏡の分割主鏡制御において、この特異ベクトルのペアというものは重要な鍵になると考えられている。

このため、今回の行列測定における擾乱や測定誤差の影響の考察においても行列をそのまま評価するのではなく、一度特異値分解した特異値と特異ベクトルの形で評価することが望ましいといえる。よって、行列の評価においては、あるリファレンスとなるセットに対して対象となるセットの中で最も近い特異ベクトルを選びだすアルゴリズムを利用し、対応付けられた中での特異値の比と特異ベクトル同士の内積値を利用して評価することとする。

¹要確認、影響がありそうならこの部分についても追加のレポートで検証する。

2.4 測定条件

全てに共通となる部分の測定条件は以下のようにする。

- ステップごとのアクチュエータへの擾乱・ギャップセンサノイズは 10nm 一様乱数
- 行列測定時にはアクチュエータを連続 10 回サンプリングし単純平均を取る
- アクチュエータ駆動量は 1,10,100 μm の 3 種類について試行する
- ギャップセンサー配置は図 1 とする
- ギャップセンサーの向きは定義位置での鏡面に垂直方向 (ID:3)、セグメント背面から 40mm 下とする

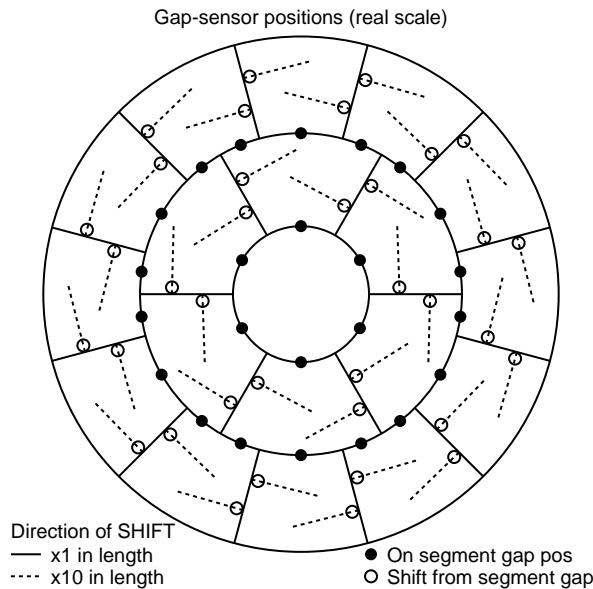


図 1: ギャップセンサー配置

測定データの再現性を考え、行列測定開始時点で乱数生成器は初期化する²。測定直前のアクチュエータの駆動位置の分布は各測定の目的に従う。この分布は、鏡面が理想状態である場合(簡単のために全アクチュエータの制御量が 0 であると定義する)や、なんらかの制御が行われた後の理想状態であるかどうかは不明である状態が考えられる。

3 測定結果 I – 理想的な配置データの場合の擾乱・誤差の影響

内環・内周セグメント間のギャップセンサーについて、シミュレータにおいて定義したのとまったく同じ配置データを利用して行列を測定した。

シミュレータ上の全てのアクチュエータの制御量を 0 に初期化した状態から測定を行ったのが表 1、アクチュエータにある程度の残差が乗っている状態から測定を行ったのが表 2 である。ただし、ある程度の残差は Zernike 0,1 次モードを除いたアクチュエータの理想状態からの制御残差が 10 ~ 20nm 程度となっている状態で行列を測定した。

²同じシードで初期化すると同じ乱数列が得られる乱数生成器を利用していることは確認済み。

表 1: 測定結果 Ia – 理想的な配置データの場合の擾乱・誤差の影響

| ID | 初期特異値 | 1 μm | | 10 μm | | 100 μm | |
|----|-----------|-----------------|------------|------------------|-----------|-------------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 1 | 3.5125593 | 3.5279806 | 1.0043903 | -0.85325447 | 3.5130418 | 1.0001374 | -0.99589167 |
| 2 | 3.4931074 | 3.4962004 | 1.0008855 | +0.89128566 | 3.4935739 | 1.0001336 | +0.83305941 |
| 3 | 3.4931074 | 3.4799175 | 0.99622404 | +0.84185556 | 3.4920896 | 0.99970864 | -0.83108768 |
| 4 | 3.348889 | 3.3362112 | 0.99621432 | -0.9425284 | 3.34771 | 0.99964794 | -0.96176274 |
| 5 | 3.348889 | 3.3514266 | 1.0007577 | -0.94673755 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.9618203 |
| 6 | 3.1751247 | 3.1687901 | 0.99800491 | -0.71120012 | 3.1747484 | 0.99988148 | +0.99739156 |
| 7 | 3.1696391 | 3.1756833 | 1.0019069 | +0.71132111 | 3.1696513 | 1.0000039 | -0.99737317 |
| 8 | 3.1508721 | 3.1414541 | 0.99701099 | -0.96548643 | 3.1496624 | 0.99961608 | +0.99957585 |
| 9 | 3.0963133 | 3.0886666 | 0.99753039 | -0.96003451 | 3.0958028 | 0.99983513 | -0.9962294 |
| 10 | 3.0963133 | 3.0768261 | 0.99370632 | +0.98731291 | 3.0942319 | 0.99932779 | +0.99647553 |
| 11 | 2.9706138 | 2.9623437 | 0.99721602 | +0.99173985 | 2.9697588 | 0.99971218 | +0.99992069 |
| 12 | 2.9081655 | 2.89345 | 0.99493992 | -0.88889157 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980755 |
| 13 | 2.9081655 | 2.8926882 | 0.99467797 | -0.70888385 | 2.9071836 | 0.99966235 | +0.99888133 |
| 14 | 2.8899977 | 2.9070858 | 1.0059129 | +0.74677472 | 2.8908867 | 1.0003076 | +0.9769351 |
| 15 | 2.8899977 | 2.8870668 | 0.99898584 | +0.77908486 | 2.8899122 | 0.99997043 | -0.97789949 |
| 16 | 2.7621252 | 2.7453995 | 0.99394461 | -0.78608403 | 2.7604041 | 0.999937688 | -0.79898444 |
| 17 | 2.7621252 | 2.7743125 | 1.0044123 | -0.78218363 | 2.7632241 | 1.0003978 | -0.79896667 |
| 18 | 2.7302841 | 2.7224652 | 0.99713621 | -0.96995114 | 2.7291902 | 0.99959935 | -0.99973883 |
| 19 | 2.6335328 | 2.6441849 | 1.0040448 | +0.73752568 | 2.6350422 | 1.0005731 | -0.7927743 |
| 20 | 2.6335328 | 2.618684 | 0.99436163 | +0.74663068 | 2.6319806 | 0.9994106 | -0.79283213 |
| 21 | 2.5804478 | 2.5772546 | 0.99876256 | +0.97561253 | 2.5805022 | 1.0000211 | +0.99976841 |
| 22 | 2.3805535 | 2.3928186 | 1.0051522 | +0.73682028 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627321 |
| 23 | 2.3805535 | 2.3738742 | 0.99719424 | +0.73853982 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630111 |
| 24 | 2.3002318 | 2.2925571 | 0.99666352 | -0.99610062 | 2.2995207 | 0.99969089 | +0.99994911 |
| 25 | 2.1527796 | 2.1526092 | 0.99992087 | +0.9967621 | 2.1526992 | 0.99996265 | -0.99996896 |
| 26 | 2.0170977 | 2.0184701 | 1.0006803 | +0.87506193 | 2.0172387 | 1.0000699 | +0.87300905 |
| 27 | 2.0170977 | 2.0041023 | 0.99355736 | -0.8741275 | 2.0157577 | 0.99933567 | -0.87300347 |
| 28 | 1.8864321 | 1.883903 | 0.99865932 | -0.82384468 | 1.8861228 | 0.99983603 | -0.79748083 |
| 29 | 1.8864321 | 1.8963528 | 1.0052589 | -0.82323216 | 1.8874298 | 1.0005289 | +0.79747348 |
| 30 | 1.8223296 | 1.8266303 | 1.00236 | +0.98282626 | 1.822984 | 1.0003591 | +0.99983307 |

表 1: 測定結果 Ia – 理想的な配置データの場合の擾乱・誤差の影響

| ID | 初期特異値 | 1 μm | | 10 μm | | 100 μm | |
|----|---------------|-----------------|------------|------------------|---------------|-------------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 31 | 1.3741005 | 1.3790113 | 1.0035738 | -0.98473579 | 1.3745197 | 1.000305 | -0.99001928 |
| 32 | 1.3741005 | 1.37105 | 0.99777997 | -0.99084131 | 1.3737833 | 0.99976915 | +0.99010234 |
| 33 | 1.339993 | 1.3351763 | 0.99640545 | -0.99157612 | 1.3395457 | 0.99966623 | +0.9939982 |
| 34 | 1.339993 | 1.3485284 | 1.0063697 | +0.98512375 | 1.3409206 | 1.0006923 | -0.9939982 |
| 35 | 1.23383 | 1.2350947 | 1.0010251 | -0.98805468 | 1.2339361 | 1.000086 | +0.99990963 |
| 36 | 1.2122004 | 1.2167397 | 1.0037447 | +0.98701141 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.99989935 |
| 37 | 0.70589589 | 0.70374569 | 0.99695395 | +0.90952341 | 0.70565911 | 0.99966458 | +0.92985054 |
| 38 | 0.70589589 | 0.70649644 | 1.0008508 | -0.90951764 | 0.70592823 | 1.0000458 | +0.92985012 |
| 39 | 0.61221207 | 0.61099341 | 0.99800942 | +0.99854673 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998604 |
| 40 | 0.49970017 | 0.50501882 | 1.0106437 | +0.93477263 | 0.50021135 | 1.001023 | +0.94897642 |
| 41 | 0.49970017 | 0.49948303 | 0.99956547 | -0.94775179 | 0.49966995 | 0.99993953 | +0.94929192 |
| 42 | 0.49342193 | 0.49378739 | 1.0007407 | +0.98569232 | 0.49347041 | 1.0000983 | +0.99965827 |
| 43 | 0.29901739 | 0.29849014 | 0.9982367 | +0.94393063 | 0.29894106 | 0.99974471 | -0.94028571 |
| 44 | 0.29901739 | 0.30626329 | 1.0242324 | -0.94327759 | 0.29971553 | 1.0023348 | -0.94027405 |
| 45 | 0.25312641 | 0.25011918 | 0.98811966 | -0.79479284 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.79728419 |
| 46 | 0.25312641 | 0.25562548 | 1.0098728 | -0.79454268 | 0.25336283 | 1.000934 | -0.79728424 |
| 47 | 0.20386415 | 0.20444277 | 1.0028383 | +0.96753267 | 0.20386742 | 1.0000161 | +0.7132152 |
| 48 | 0.20386415 | 0.20386419 | 1.0000002 | -0.98416885 | 0.20382755 | 0.99982052 | -0.71333504 |
| 49 | 0.19719728 | 0.19852125 | 1.0067139 | -0.97930497 | 0.19731515 | 1.0005977 | -0.99979116 |
| 50 | 0.1724863 | 0.17168647 | 0.99536297 | -0.9908801 | 0.17243242 | 0.99968764 | +0.99991125 |
| 51 | 0.069032863 | 0.074315428 | 1.0765225 | -0.99006336 | 0.069478606 | 1.006457 | +0.9997245 |
| 52 | 0.065915478 | 0.065329514 | 0.99111037 | +0.97212969 | 0.065803822 | 0.99830607 | -0.99973129 |
| 53 | 0.054883117 | 0.056864485 | 1.0361016 | -0.76901271 | 0.055044002 | 1.0029314 | +0.72888562 |
| 54 | 0.054883117 | 0.059179295 | 1.0782787 | +0.75201587 | 0.055242567 | 1.0065494 | +0.72887788 |
| 55 | 1.7328945e-05 | 0.0089365535 | 515.70097 | -0.90845659 | 0.00089905255 | 51.881553 | +0.9406354 |
| 56 | 1.7328945e-05 | 0.0144475584 | 833.72554 | -0.75345757 | 0.0014884117 | 85.891656 | +0.750825 |
| 57 | 7.1984282e-07 | 0.006370874 | 8850.3682 | -0.66765204 | 0.0006440217 | 894.66989 | -0.69165121 |

表 2: 測定結果 Ib – 理想的な配置データの場合の擾乱・誤差の影響

| ID | 初期特異値 | 1 μm | | 10 μm | | 100 μm | |
|----|-----------|-----------------|------------|------------------|-----------|-------------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 1 | 3.5125593 | 3.5211387 | 1.0024425 | +0.87024694 | 3.5130418 | 1.0001374 | -0.99589167 |
| 2 | 3.4931074 | 3.4931606 | 1.0000152 | +0.680945 | 3.4935739 | 1.0001336 | +0.83305949 |
| 3 | 3.4931074 | 3.4931606 | 1.0000152 | -0.72270493 | 3.4920896 | 0.99970864 | -0.83108775 |
| 4 | 3.348889 | 3.3518606 | 1.0008873 | -0.93041537 | 3.34771 | 0.99964794 | -0.96176283 |
| 5 | 3.348889 | 3.3369036 | 0.99642107 | +0.93129463 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.9618204 |
| 6 | 3.1751247 | 3.1740773 | 0.99967011 | +0.80669799 | 3.1747484 | 0.99988148 | +0.99739156 |
| 7 | 3.1696391 | 3.1680349 | 0.9994939 | -0.79186909 | 3.1696513 | 1.0000039 | -0.99737317 |
| 8 | 3.1508721 | 3.1637115 | 1.0040749 | -0.95063267 | 3.1496624 | 0.99961608 | +0.99957585 |
| 9 | 3.0963133 | 3.1127638 | 1.0053129 | -0.96481521 | 3.0958028 | 0.99983513 | -0.99622938 |
| 10 | 3.0963133 | 3.0959894 | 0.99989538 | +0.98846541 | 3.0942319 | 0.99932779 | +0.99647552 |
| 11 | 2.9706138 | 2.9569868 | 0.99541272 | -0.99245712 | 2.9697588 | 0.99971218 | +0.99992069 |
| 12 | 2.9081655 | 2.9205969 | 1.0042746 | +0.8928892 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980754 |
| 13 | 2.9081655 | 2.9098732 | 1.0005872 | +0.86433685 | 2.9071836 | 0.99966235 | +0.99888132 |
| 14 | 2.8899977 | 2.8948165 | 1.0016674 | +0.86121888 | 2.8908867 | 1.0003076 | +0.97693522 |
| 15 | 2.8899977 | 2.8765227 | 0.99533737 | -0.88623625 | 2.8899122 | 0.99997043 | -0.97789961 |
| 16 | 2.7621252 | 2.741855 | 0.99266136 | -0.94226943 | 2.7604041 | 0.99937687 | -0.7989845 |
| 17 | 2.7621252 | 2.7550632 | 0.99744328 | +0.9327619 | 2.7632241 | 1.0003978 | -0.79896073 |
| 18 | 2.7302841 | 2.7250533 | 0.99808413 | +0.92250816 | 2.7291902 | 0.99959934 | -0.99973883 |
| 19 | 2.6335328 | 2.6238508 | 0.99632357 | +0.98293014 | 2.6350422 | 1.0005731 | -0.79277455 |
| 20 | 2.6335328 | 2.6079028 | 0.99026784 | -0.98820198 | 2.6319806 | 0.9994106 | -0.79283238 |
| 21 | 2.5804478 | 2.5592977 | 0.99180374 | -0.99016737 | 2.5805022 | 1.0000211 | +0.99976841 |
| 22 | 2.3805535 | 2.3700569 | 0.99559071 | -0.98983291 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627312 |
| 23 | 2.3805535 | 2.3864517 | 1.0024777 | -0.991132337 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630103 |
| 24 | 2.3002318 | 2.2993367 | 0.99961087 | +0.99759846 | 2.2995207 | 0.99969089 | +0.99994911 |
| 25 | 2.1527796 | 2.145502 | 0.99661947 | -0.99790269 | 2.1526992 | 0.99996265 | -0.99996896 |
| 26 | 2.0164419 | 2.0164419 | 0.99967485 | +0.74820659 | 2.0172387 | 1.0000699 | +0.87300852 |
| 27 | 2.0170977 | 2.0049502 | 0.99397771 | +0.74832026 | 2.0157577 | 0.99933567 | -0.87300293 |
| 28 | 1.8887059 | 1.8887059 | 1.0012053 | -0.9991193 | 1.8861228 | 0.99983603 | -0.79748065 |
| 29 | 1.8864321 | 1.8725657 | 0.9926494 | +0.99920837 | 1.8874298 | 1.0005289 | +0.79747329 |
| 30 | 1.8223296 | 1.8159246 | 0.99648531 | -0.99899521 | 1.822984 | 1.0003591 | +0.9998307 |

表 2: 測定結果 Ib – 理想的な配置データの場合の擾乱・誤差の影響

| ID | 初期特異値 | 1 μm | | 10 μm | | 100 μm | |
|----|---------------|-----------------|------------|------------------|---------------|-------------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 31 | 1.3741005 | 1.3769826 | 1.0020974 | -0.98006262 | 1.3745197 | 1.000305 | -0.99001962 |
| 32 | 1.3741005 | 1.363621 | 0.99237353 | -0.98674741 | 1.3737833 | 0.99976915 | +0.99010267 |
| 33 | 1.339993 | 1.3322105 | 0.99419218 | -0.83968367 | 1.3395457 | 0.99966622 | +0.99399818 |
| 34 | 1.339993 | 1.3334501 | 0.99511724 | -0.85990332 | 1.3409206 | 1.0006923 | -0.9939938 |
| 35 | 1.23383 | 1.2251792 | 0.99298866 | +0.99526993 | 1.2339361 | 1.000086 | +0.99990963 |
| 36 | 1.2122004 | 1.2074092 | 0.99604755 | +0.99681256 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.99989935 |
| 37 | 0.70589589 | 0.70736161 | 1.0020764 | -0.99856644 | 0.70565911 | 0.99966458 | +0.92985085 |
| 38 | 0.70589589 | 0.70005263 | 0.99117221 | +0.99906172 | 0.70592823 | 1.0000458 | +0.92985042 |
| 39 | 0.61221207 | 0.60790262 | 0.99296085 | -0.99917168 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998604 |
| 40 | 0.49970017 | 0.49773046 | 0.99605823 | +0.9150394 | 0.50021135 | 1.001023 | +0.9489766 |
| 41 | 0.49970017 | 0.50141558 | 1.0034329 | +0.91247202 | 0.49966995 | 0.99993953 | +0.94929209 |
| 42 | 0.49342193 | 0.48973036 | 0.99251843 | -0.93306547 | 0.49347041 | 1.0000983 | +0.99965826 |
| 43 | 0.29901739 | 0.30006102 | 1.0034902 | +0.92810418 | 0.29894106 | 0.99974471 | -0.94028588 |
| 44 | 0.29901739 | 0.29739524 | 0.99457505 | +0.92754967 | 0.29971553 | 1.0023348 | -0.94027422 |
| 45 | 0.25312641 | 0.25144786 | 0.99336873 | +0.9704959 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.79728442 |
| 46 | 0.25312641 | 0.25503385 | 1.0075355 | -0.97199339 | 0.25336283 | 1.000934 | -0.79728447 |
| 47 | 0.20386415 | 0.2023403 | 0.99252518 | +0.92636692 | 0.20386742 | 1.0000161 | +0.71321195 |
| 48 | 0.20386415 | 0.20402576 | 1.0007927 | +0.92968302 | 0.20382755 | 0.99982052 | -0.71333179 |
| 49 | 0.19719728 | 0.197787864 | 1.0034552 | +0.99488966 | 0.19731515 | 1.0005977 | -0.99979116 |
| 50 | 0.1724863 | 0.17428473 | 1.0104265 | +0.98612917 | 0.17243242 | 0.99968764 | +0.99991125 |
| 51 | 0.069032863 | 0.071051469 | 1.0292412 | +0.943535 | 0.069478606 | 1.006457 | +0.9997245 |
| 52 | 0.065915478 | 0.064532747 | 0.97902266 | -0.99134587 | 0.065803822 | 0.99830607 | -0.99973129 |
| 53 | 0.054883117 | 0.05607142 | 1.0216515 | -0.74803398 | 0.055044002 | 1.0029314 | +0.72888572 |
| 54 | 0.054883117 | 0.058170747 | 1.0599024 | +0.79376066 | 0.055242567 | 1.0065494 | +0.72887797 |
| 55 | 1.7328945e-05 | 0.00778985 | 449.52824 | +0.82380924 | 0.00089905244 | 51.881546 | +0.94063534 |
| 56 | 1.7328945e-05 | 0.0043317335 | 249.97099 | -0.60544849 | 0.0014884118 | 85.891658 | +0.75082504 |
| 57 | 7.1984282e-07 | 0.010208982 | 14182.238 | -0.77205117 | 0.00064402163 | 894.66979 | -0.6916512 |

特異値・特異ベクトルの比を見ると、ノイズ値 10nm に³対して 100 倍でしかない 1μm での測定では特異値が 1% 程度変化しているが、測定での制御量を 10μm、100μm とすると変化割合（ノイズの影響）がほぼ同じ率で減少していくような値となっている。これは、行列測定の際の各要素について、制御量と測定ノイズの関係がそのまま要素の値に影響するからと考えると妥当といえる結果である。

また、特に ID 55~57 の低次の特異ベクトルについて、もともと低かった特異値が測定した行列では大きくなっている。これは、数学的に厳密な場合は縮退するモードがノイズの影響で縮退が解けてきたことを意味すると考えられ、現実の望遠鏡ではこれらのモードは特異値で判定するよりは今回の方法と同様に何らかの理想的な特異ベクトルのセットとの比較によって判別することが望ましいといえる。

また、二つの表を比較すると、1μm では特異値・特異ベクトル内積に影響がでているが、10,100μm ではほとんど変化していない。今回は制御残差がある状態からはじめたほうについても、残差が Zernike 0,1 次モードを除いたアクチュエータの理想状態からの量で 10 ~ 20nm 程度となっている状態としたため、前述の制御量と測定ノイズと同様な影響しか及ぼしていない可能性がある⁴。

4 測定結果 II – 角度に誤差をつけた場合の擾乱・誤差の影響

次に、実際の取り付け角度（シミュレータ上ではギャップセンサーの定義ファイルでの ID に対応する）と、変換行列を測定する際の角度の設定値に違いがある場合について調査を行う。

実際の望遠鏡（セグメント）にエッジセンサーを取り付ける際の想定している（目標）取り付け誤差は 0.1° 程度であるため、0.1° から 2°（セグメント鏡面に垂直な方向は望遠鏡光軸に対して ~2.88° 傾いている）までの角度で変換行列の変化を調べる。なお、取り付け角の指定値を変化させる以外は、取り付け位置については理想値を与え、行列要素の測定は毎回アクチュエータの制御位置を理想位置に戻した上で、アクチュエータを 10μm 制御し 10 回平均で測定する。また、表 6 中の 0.0° 变化の分は前節での測定時のアクチュエータ制御量のみを変化させた場合に相当する。

³ 実際には 10 回平均を取っており、ギャップセンサー読み出し値の分散としてはより小さい値を示すはずである。

⁴ 各測定ステップにてトラスへの擾乱としてアクチュエータ制御量にノイズを与えていたため、それに埋もれたともいえる可能性はある。

表 3: 測定結果 II – 角度に誤差をついた場合の擾乱・誤差の影響 1

| ID | 初期特異値 | 0.0° | | 0.1° | | 0.2° | |
|----|-----------|------------|------------|-------------|-----------|------------|--------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 1 | 3.5125593 | 3.5130418 | 1.0001374 | -0.99589167 | 3.5130418 | 1.0001374 | -0.99589404 |
| 2 | 3.4931074 | 3.4935739 | 1.0001336 | +0.83305941 | 3.493571 | 1.0001327 | +0.83306161 |
| 3 | 3.4931074 | 3.4920896 | 0.99970864 | -0.83108768 | 3.4920867 | 0.99970781 | -0.83109095 |
| 4 | 3.3488889 | 3.34771 | 0.99964794 | -0.96176274 | 3.34771 | 0.9964794 | -0.96176273 |
| 5 | 3.3488889 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.9618203 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.9618203 |
| 6 | 3.1751247 | 3.1747484 | 0.99988148 | +0.99739156 | 3.1747484 | 0.9988147 | +0.99740176 |
| 7 | 3.1696391 | 3.1696513 | 1.0000039 | -0.99737317 | 3.1696459 | 1.0000022 | -0.99738297 |
| 8 | 3.1508721 | 3.1496624 | 0.99961608 | +0.99957585 | 3.1496624 | 0.99961607 | +0.99957547 |
| 9 | 3.0963133 | 3.0958028 | 0.99983513 | -0.9962294 | 3.0958015 | 0.9998347 | -0.99622878 |
| 10 | 3.0963133 | 3.0942319 | 0.99932779 | +0.99647553 | 3.0942305 | 0.99932734 | +0.99647521 |
| 11 | 2.9706138 | 2.9697588 | 0.99971218 | +0.99992069 | 2.9697588 | 0.99971218 | +0.99992069 |
| 12 | 2.9081655 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980755 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980756 |
| 13 | 2.9081655 | 2.9071836 | 0.99966235 | +0.99888133 | 2.9071836 | 0.99966235 | +0.99888183 |
| 14 | 2.8899977 | 2.8908867 | 1.0003076 | +0.9769351 | 2.8908849 | 1.000307 | +0.97693259 |
| 15 | 2.8899977 | 2.8899122 | 0.99997043 | -0.97789949 | 2.8899105 | 0.9996983 | -0.977899671 |
| 16 | 2.7621252 | 2.7604041 | 0.99937688 | -0.79898444 | 2.7604041 | 0.99937687 | -0.79898435 |
| 17 | 2.7621252 | 2.7632241 | 1.0003978 | -0.79896067 | 2.7632241 | 1.0003978 | -0.79896058 |
| 18 | 2.7302841 | 2.7291902 | 0.99959935 | -0.99973883 | 2.7291902 | 0.9959934 | -0.99973888 |
| 19 | 2.6335328 | 2.63350422 | 1.0005731 | -0.7927743 | 2.6350284 | 1.0005679 | -0.79277366 |
| 20 | 2.6335328 | 2.6319806 | 0.9994106 | -0.79283213 | 2.6319667 | 0.9940533 | -0.79283148 |
| 21 | 2.5805022 | 2.5804478 | 1.0000211 | +0.99976841 | 2.5804903 | 1.0000165 | +0.99976841 |
| 22 | 2.3805535 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627321 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.7362732 |
| 23 | 2.3805535 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630111 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630109 |
| 24 | 2.3002318 | 2.2995207 | 0.99969089 | +0.99994911 | 2.2995207 | 0.9969088 | +0.99994911 |
| 25 | 2.1527796 | 2.1526992 | 0.9996265 | -0.9996896 | 2.1526992 | 0.9996265 | -0.9996898 |
| 26 | 2.0170977 | 2.0172387 | 1.0000699 | +0.87300905 | 2.0172387 | 1.0000699 | +0.87300961 |
| 27 | 2.0170977 | 2.0157577 | 0.99933567 | -0.87300347 | 2.0157577 | 0.9933567 | -0.87300405 |
| 28 | 1.8864321 | 1.8861228 | 0.99983603 | -0.79748083 | 1.8860166 | 0.9977975 | -0.79744689 |
| 29 | 1.8864321 | 1.8874298 | 1.0005289 | +0.79747348 | 1.8873235 | 1.0004725 | +0.79743963 |
| 30 | 1.8223296 | 1.822984 | 1.0003591 | +0.99983307 | 1.8228515 | 1.0002864 | +0.99983339 |

表 3: 測定結果 II – 角度に誤差をついた場合の擾乱・誤差の影響 1

| ID | 初期特異値 | 0.0° | | 0.1° | | 0.2° | |
|----|---------------|--------------|------------|--------------|--------------|------------|--------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 31 | 1.3741005 | 1.3745197 | 1.000305 | -0.99001928 | 1.3745092 | 1.0002974 | -0.99001362 |
| 32 | 1.3741005 | 1.3737833 | 0.99976915 | +0.99010234 | 1.3737729 | 0.99976158 | +0.99006777 |
| 33 | 1.339993 | 1.3395457 | 0.99966623 | +0.9939982 | 1.3395457 | 0.9966622 | +0.99399836 |
| 34 | 1.339993 | 1.3409206 | 1.0006923 | -0.99399382 | 1.3409206 | 1.0006923 | -0.993994 |
| 35 | 1.23383 | 1.2339361 | 1.000086 | +0.99990963 | 1.2339353 | 1.0000854 | +0.99990962 |
| 36 | 1.2122004 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.99989935 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.99989934 |
| 37 | 0.70589589 | 0.70565911 | 0.99966458 | +0.92985054 | 0.70562274 | 0.9961305 | +0.92988827 |
| 38 | 0.70589589 | 0.70592823 | 1.0000458 | +0.92985012 | 0.7058919 | 0.9999436 | +0.92988784 |
| 39 | 0.61221207 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998604 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998604 |
| 40 | 0.49970017 | 0.50021135 | 1.001023 | +0.94897642 | 0.50021135 | 1.001023 | +0.94897647 |
| 41 | 0.49970017 | 0.49966995 | 0.99993953 | +0.94929192 | 0.49966995 | 0.99993953 | -0.94929188 |
| 42 | 0.49342193 | 0.49347041 | 1.0000983 | +0.99965827 | 0.49346948 | 1.0000964 | -0.99965836 |
| 43 | 0.29901739 | 0.29894106 | 0.99974471 | -0.94028571 | 0.29893827 | 0.997354 | -0.94029122 |
| 44 | 0.29901739 | 0.29971553 | 1.0023348 | -0.94027405 | 0.29971274 | 1.0023254 | -0.94027942 |
| 45 | 0.25312641 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.797728419 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.797728407 |
| 46 | 0.25312641 | 0.25336283 | 1.000934 | -0.79728424 | 0.25336283 | 1.000934 | -0.79728412 |
| 47 | 0.20386415 | 0.20386742 | 1.0000161 | +0.7132152 | 0.20386466 | 1.0000025 | +0.7133069 |
| 48 | 0.20386415 | 0.20382755 | 0.99982052 | -0.71333504 | 0.20382479 | 0.99980695 | -0.71342652 |
| 49 | 0.19719728 | 0.19731515 | 1.0005977 | -0.99979116 | 0.19730759 | 1.0005593 | -0.99979146 |
| 50 | 0.1724863 | 0.17243242 | 0.99968764 | +0.99991125 | 0.17243242 | 0.9968764 | +0.99991123 |
| 51 | 0.069032863 | 0.069478606 | 1.006457 | +0.9997245 | 0.069477298 | 1.006438 | +0.99972446 |
| 52 | 0.065915478 | 0.065803822 | 0.99830607 | -0.99973129 | 0.065803822 | 0.99830607 | -0.99973129 |
| 53 | 0.054883117 | 0.055044002 | 1.0029314 | +0.72888562 | 0.055044002 | 1.0029314 | +0.72888667 |
| 54 | 0.054883117 | 0.055242567 | 1.0065494 | +0.72887788 | 0.055242567 | 1.0065494 | +0.72887897 |
| 55 | 1.7328945e-05 | 0.000899052 | 51.881553 | +0.9406354 | 0.00089905 | 51.881444 | +0.94063678 |
| 56 | 1.7328945e-05 | 0.0014884117 | 85.891656 | +0.750825 | 0.0014884068 | 85.891371 | +0.75082859 |
| 57 | 7.1984282e-07 | 0.0006440217 | 894.66989 | -0.69165121 | 0.0006440197 | 894.66711 | -0.691651 |

表 4: 測定結果 II – 角度に誤差をついた場合の擾乱・誤差の影響 2

| ID | 初期特異値 | 0.5° | | 1.0° | | 2.0° | |
|----|-----------|-----------|------------|-------------|-----------|-------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 1 | 3.5125593 | 3.5130417 | 1.0001373 | -0.99589759 | 3.5130415 | 1.0001373 | -0.99590348 |
| 2 | 3.4931074 | 3.4935593 | 1.0001294 | +0.83306491 | 3.4935447 | 1.0001252 | +0.83307041 |
| 3 | 3.4931074 | 3.4920751 | 0.99970448 | -0.83109585 | 3.4920605 | 0.99970032 | -0.83110402 |
| 4 | 3.348889 | 3.34771 | 0.99964794 | -0.96176271 | 3.34771 | 0.99964794 | -0.96176263 |
| 5 | 3.348889 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.9618203 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.96182027 |
| 6 | 3.1751247 | 3.1747483 | 0.99988143 | +0.99741692 | 3.1747481 | 0.99988139 | +0.99744184 |
| 7 | 3.1696391 | 3.1696244 | 0.99999538 | -0.99739752 | 3.1695976 | 0.99998693 | -0.99742141 |
| 8 | 3.1508721 | 3.1496624 | 0.99961606 | +0.9995749 | 3.1496623 | 0.99961604 | +0.99957395 |
| 9 | 3.0963133 | 3.0957961 | 0.99983296 | -0.99622784 | 3.0957894 | 0.99983079 | -0.99622628 |
| 10 | 3.0963133 | 3.0942251 | 0.99932557 | +0.99647391 | 3.0942182 | 0.99932337 | +0.99647229 |
| 11 | 2.9706138 | 2.9697588 | 0.99971218 | +0.99992069 | 2.9697588 | 0.99971218 | +0.9999207 |
| 12 | 2.9081655 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980757 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980758 |
| 13 | 2.9081655 | 2.9071836 | 0.99966234 | +0.99888258 | 2.9071835 | 0.99966233 | +0.99888383 |
| 14 | 2.8899977 | 2.890878 | 1.0003046 | +0.97692257 | 2.8908693 | 1.0003016 | +0.97691004 |
| 15 | 2.8899977 | 2.8899036 | 0.99996745 | -0.97788559 | 2.889895 | 0.99996448 | -0.97787169 |
| 16 | 2.7621252 | 2.7604041 | 0.99937687 | -0.79898399 | 2.7604041 | 0.99937687 | -0.79898353 |
| 17 | 2.7621252 | 2.763224 | 1.0003978 | -0.79896023 | 2.763224 | 1.0003978 | -0.79895979 |
| 18 | 2.7302841 | 2.7291902 | 0.99959934 | -0.99973905 | 2.7291902 | 0.99959933 | -0.99973926 |
| 19 | 2.6335328 | 2.6349732 | 1.000547 | -0.79277106 | 2.6349045 | 1.0005209 | -0.79276774 |
| 20 | 2.6335328 | 2.6319113 | 0.99938431 | -0.79282884 | 2.6318423 | 0.99935809 | -0.79282547 |
| 21 | 2.5804478 | 2.5804429 | 0.99999811 | +0.99976839 | 2.5803837 | 0.999997519 | +0.99976827 |
| 22 | 2.3805535 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627317 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627313 |
| 23 | 2.3805535 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630107 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630103 |
| 24 | 2.3002318 | 2.2995207 | 0.99969088 | +0.99994911 | 2.2995207 | 0.99969088 | +0.99994911 |
| 25 | 2.1527796 | 2.1526992 | 0.99996264 | -0.99996901 | 2.1526991 | 0.99996264 | -0.99996906 |
| 26 | 2.0170977 | 2.0172387 | 1.0000699 | +0.87301045 | 2.0172387 | 1.0000699 | +0.87301183 |
| 27 | 2.0170977 | 2.0157577 | 0.99933567 | -0.87300491 | 2.0157577 | 0.99933566 | -0.87300634 |
| 28 | 1.8864321 | 1.8855922 | 0.99955474 | -0.79739577 | 1.885062 | 0.99927372 | -0.79731007 |
| 29 | 1.8864321 | 1.8868984 | 1.0002472 | +0.79738867 | 1.8863675 | 0.9996572 | +0.79730323 |
| 30 | 1.8223296 | 1.8223214 | 0.9999955 | +0.99983382 | 1.8216591 | 0.99963209 | +0.99983434 |

表 4: 測定結果 II – 角度に誤差をついた場合の擾乱・誤差の影響 2

| ID | 初期特異値 | 0.5° | | | 1.0° | | | 2.0° | | |
|----|---------------|--------------|------------|-------------|--------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|
| | | 特異値 | 特異値比 | 内積値 | 特異値 | 特異値比 | 内積値 | 特異値 | 特異値比 | 内積値 |
| 31 | 1.3741005 | 1.3744675 | 1.000267 | -0.98999089 | 1.3744152 | 1.000229 | -0.98996225 | 1.3743105 | 1.0001528 | -0.98990424 |
| 32 | 1.3741005 | 1.3737313 | 0.99973128 | +0.9900744 | 1.3736792 | 0.99969336 | +0.99004624 | 1.3735748 | 0.99961739 | +0.98998916 |
| 33 | 1.3399993 | 1.3395457 | 0.99966622 | +0.99399861 | 1.3395457 | 0.99966621 | +0.99399902 | 1.3395457 | 0.99966619 | +0.99399985 |
| 34 | 1.3399993 | 1.3409206 | 1.0006922 | -0.99399428 | 1.3409206 | 1.0006922 | -0.99399474 | 1.3409206 | 1.0006922 | +0.99399568 |
| 35 | 1.23383 | 1.2339324 | 1.000083 | +0.99990958 | 1.2339287 | 1.00008 | +0.99990951 | 1.2339214 | 1.0000741 | +0.99990936 |
| 36 | 1.2122004 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.9989928 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.9989921 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.99899907 |
| 37 | 0.70589589 | 0.70547721 | 0.99940688 | +0.93003889 | 0.70529517 | 0.99914901 | +0.93022659 | 0.70493062 | 0.99863256 | +0.93060019 |
| 38 | 0.70589589 | 0.70574656 | 0.99978847 | +0.93003842 | 0.70556478 | 0.99953094 | +0.93022608 | 0.70520071 | 0.99901519 | +0.9305996 |
| 39 | 0.61221207 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998604 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998604 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998603 |
| 40 | 0.49970017 | 0.50021135 | 1.001023 | +0.94897666 | 0.50021134 | 1.001023 | +0.9489769 | 0.50021133 | 1.001023 | +0.94897737 |
| 41 | 0.49970017 | 0.49966995 | 0.99993953 | +0.94929174 | 0.49966995 | 0.99993953 | -0.94929156 | 0.49966995 | 0.99993953 | -0.9492912 |
| 42 | 0.49342193 | 0.49346578 | 1.0000889 | +0.99965873 | 0.49346116 | 1.0000795 | -0.99965918 | 0.49345191 | 1.0000608 | -0.99966005 |
| 43 | 0.299901739 | 0.29892712 | 0.99969812 | -0.94031324 | 0.29891317 | 0.99965146 | -0.94034074 | 0.2988852 | 0.99955792 | -0.9403957 |
| 44 | 0.299901739 | 0.299970157 | 1.0022881 | -0.94030086 | 0.2996876 | 1.0022414 | -0.94032764 | 0.2996596 | 1.0021477 | -0.94038114 |
| 45 | 0.25312641 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.79728359 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.79728299 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.79728178 |
| 46 | 0.25312641 | 0.25336283 | 1.000934 | -0.79728365 | 0.25336283 | 1.000934 | +0.79728305 | 0.25336282 | 1.000934 | -0.79728187 |
| 47 | 0.20386415 | 0.2038536 | 0.99994825 | +0.71367382 | 0.20383974 | 0.99988031 | +0.71413268 | 0.20381196 | 0.99974401 | +0.71505142 |
| 48 | 0.20386415 | 0.20381372 | 0.99975266 | -0.7137926 | 0.20379986 | 0.99968467 | -0.7142504 | 0.20377206 | 0.99954829 | +0.71516706 |
| 49 | 0.19719728 | 0.19727731 | 1.0004058 | -0.99979258 | 0.19723945 | 1.0002138 | -0.99979387 | 0.19716363 | 0.99982935 | -0.99979604 |
| 50 | 0.1724863 | 0.17243242 | 0.99968761 | -0.99991112 | 0.17243241 | 0.99968759 | -0.99991099 | 0.1724324 | 0.99968753 | +0.99991072 |
| 51 | 0.069032863 | 0.069472062 | 1.0063622 | +0.99972428 | 0.069465509 | 1.0062672 | -0.999724 | 0.06945237 | 1.0060769 | +0.99972321 |
| 52 | 0.065915478 | 0.065801823 | 0.9983069 | -0.99973128 | 0.065803824 | 0.99830611 | -0.99973127 | 0.065803827 | 0.99830615 | +0.99973125 |
| 53 | 0.054883117 | 0.055044 | 1.0029314 | -0.72889087 | 0.055043999 | 1.0029314 | -0.72889614 | 0.055043995 | 1.0029313 | +0.7289067 |
| 54 | 0.054883117 | 0.055242566 | 1.0065493 | +0.72888333 | 0.055242564 | 1.0065493 | +0.72888879 | 0.055242561 | 1.0065493 | +0.72889976 |
| 55 | 1.7328945e-05 | 0.0008990431 | 51.881007 | +0.94064234 | 0.00089903 | 51.880461 | +0.94064929 | 0.00089901 | 51.879366 | +0.94066321 |
| 56 | 1.7328945e-05 | 0.0014883871 | 85.890233 | +0.75084298 | 0.0014883624 | 85.888807 | +0.75086098 | 0.00148831 | 85.885947 | +0.75089708 |
| 57 | 7.1984282e-07 | 0.00064401 | 894.65598 | -0.69167568 | 0.00064400 | 894.64203 | +0.69170018 | 0.00064398 | 894.61405 | +0.69174924 |

結果として、 2° 変化しても変化させない場合とオーダーでは似たようなレベルの変化に収まっている。ただし、この特異値・特異ベクトルを利用して制御した場合、Zernike 0,1 次モードを除いたアクチュエータ制御量残差がそれぞれのアクチュエータで振動するような様子もみられ⁵、あまり大きなずれは望ましくない可能性がある。

5 測定結果 III – z_s 距離に誤差をつけた場合の擾乱・誤差の影響

セグメント背面からギャップセンサー測定面までの距離が、実際の値と実測設定値で誤差がある場合を考える。これについては、実際の望遠鏡(セグメント)では、アクチュエータにより駆動される基準面からギャップセンサー測定面までの距離として定義されるもので、アクチュエータによる駆動系とセグメントの間にはにはホイップルツリーなどの機構が入っていることから基準面をどこに取るかは非常に微妙な問題である。内環・内周セグメント間以外のギャップセンサーについては、変換行列の要素を実際の望遠鏡を測定する際にこのパラメータを含めて測定することになるため、 z_s の基準面がどこであるかを厳密に考える必要はないといえるが、内環・内周セグメント間については厳密に値を与える必要がある。

このため、 z_s を理想位置 (-40mm) からずらして試験を行う。なお、 z_s を変化させる以外は、取り付け位置・角度については理想値を与え、行列要素の測定は毎回アクチュエータの制御位置を理想位置に戻した上で、アクチュエータを $10\mu\text{m}$ 制御し 10 回平均で測定する。

⁵定量的に調査したわけではないので、何らかの指標を定義して測定すると理想的な状態でもアクチュエータへの擾乱やギャップセンサーのノイズにより発生するものである可能性は残っている。

表 5: 測定結果 III — z_s を誤差を与えた場合の擾乱・誤差の影響 1

| ID | 初期特異値 | 0mm (-40mm) | | +10mm (-30mm) | | -10mm (-50mm) | |
|----|-----------|-------------|------------|---------------|-----------|---------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 1 | 3.5125593 | 3.5130418 | 1.0001374 | -0.99589167 | 3.5130415 | 1.0001373 | -0.99590508 |
| 2 | 3.4931074 | 3.4935739 | 1.0001336 | +0.83305941 | 3.4935408 | 1.0001241 | +0.83307182 |
| 3 | 3.4931074 | 3.4920896 | 0.99970864 | -0.83108768 | 3.4920567 | 0.99969921 | -0.83110615 |
| 4 | 3.348889 | 3.34771 | 0.99964794 | -0.96176274 | 3.34771 | 0.99964794 | -0.96176252 |
| 5 | 3.348889 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.9618203 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.96182013 |
| 6 | 3.1751247 | 3.1747484 | 0.99988148 | +0.99739156 | 3.1747484 | 0.99988148 | +0.99739159 |
| 7 | 3.1696391 | 3.1696513 | 1.0000039 | -0.99737317 | 3.1696513 | 1.0000039 | -0.99737317 |
| 8 | 3.1508721 | 3.1496624 | 0.99961608 | +0.99957585 | 3.1496624 | 0.99961607 | +0.99957599 |
| 9 | 3.0963133 | 3.0958028 | 0.99983513 | -0.9962294 | 3.0957876 | 0.99983021 | -0.99622586 |
| 10 | 3.0963133 | 3.0942319 | 0.99932779 | +0.99647553 | 3.0942164 | 0.99932277 | +0.99647185 |
| 11 | 2.9706138 | 2.9697588 | 0.99971218 | +0.99992069 | 2.9697588 | 0.99971218 | +0.99992071 |
| 12 | 2.9081655 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980755 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980763 |
| 13 | 2.9081655 | 2.9071836 | 0.99966235 | +0.99888133 | 2.9071835 | 0.99966233 | +0.9988842 |
| 14 | 2.8899977 | 2.8908867 | 1.0003076 | +0.9769351 | 2.890867 | 1.0003008 | +0.97690654 |
| 15 | 2.8899977 | 2.8899122 | 0.99997043 | -0.97789949 | 2.8898927 | 0.99996368 | -0.97786784 |
| 16 | 2.7621252 | 2.7604041 | 0.99937688 | -0.79898444 | 2.7604041 | 0.99937687 | -0.79898432 |
| 17 | 2.7621252 | 2.7632241 | 1.0003978 | -0.79896067 | 2.7632241 | 1.0003978 | -0.79896049 |
| 18 | 2.7302841 | 2.7291902 | 0.99959935 | -0.99973883 | 2.7291902 | 0.99959933 | -0.99973931 |
| 19 | 2.6335328 | 2.6350422 | 1.0005731 | -0.7927743 | 2.6348861 | 1.0005139 | -0.79276347 |
| 20 | 2.6335328 | 2.6319806 | 0.9994106 | -0.79283213 | 2.6318238 | 0.99935107 | -0.79282069 |
| 21 | 2.5804478 | 2.5805022 | 1.0000211 | +0.99976841 | 2.5805021 | 1.0000211 | +0.99976748 |
| 22 | 2.3805535 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627321 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627309 |
| 23 | 2.3805535 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630111 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630099 |
| 24 | 2.3002318 | 2.2995207 | 0.99969089 | +0.99994911 | 2.2995207 | 0.99969088 | +0.99994912 |
| 25 | 2.1527796 | 2.1526992 | 0.99996265 | -0.99996896 | 2.1526992 | 0.99996264 | -0.99996904 |
| 26 | 2.0170977 | 2.0172387 | 1.0000699 | +0.87300905 | 2.0172387 | 1.0000699 | +0.87301372 |
| 27 | 2.0170977 | 2.0157577 | 0.99933567 | -0.87300347 | 2.0157577 | 0.99933566 | -0.87300822 |
| 28 | 1.8864321 | 1.8861228 | 0.99983603 | -0.79748083 | 1.8849203 | 0.99919857 | -0.79737448 |
| 29 | 1.8864321 | 1.8874298 | 1.00005289 | +0.79747348 | 1.8862252 | 0.99989033 | +0.79736724 |
| 30 | 1.8223296 | 1.822984 | 1.0003591 | +0.99983307 | 1.8229837 | 1.0003589 | +0.99982721 |

表 5: 測定結果 III — z_3 を誤差を与えた場合の擾乱・誤差の影響 1

| ID | 初期特異値 | 0mm (-40mm) | | +10mm (-30mm) | | -10mm (-50mm) | |
|----|---------------|--------------|------------|---------------|-------------|---------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 31 | 1.3741005 | 1.3745197 | 1.000305 | -0.99001928 | 1.3744012 | 1.0002188 | -0.98995464 |
| 32 | 1.3741005 | 1.3737833 | 0.99976915 | +0.99010234 | 1.3736652 | 0.99968319 | +0.99003874 |
| 33 | 1.3399993 | 1.3395457 | 0.99966623 | +0.9939982 | 1.3395457 | 0.99966621 | +0.99399726 |
| 34 | 1.3399993 | 1.3409206 | 1.0006923 | -0.99399382 | 1.3409206 | 1.0006922 | -0.99399277 |
| 35 | 1.23383 | 1.2339361 | 1.000086 | +0.99990963 | 1.2339361 | 1.000086 | +0.99990963 |
| 36 | 1.2122004 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.9989935 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.9989936 |
| 37 | 0.70589589 | 0.70565911 | 0.99966458 | +0.92985054 | 0.70524632 | 0.9990798 | +0.93027828 |
| 38 | 0.70589589 | 0.70592823 | 1.0000458 | +0.92985012 | 0.70551599 | 0.99946183 | +0.93027776 |
| 39 | 0.61221207 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998604 | 0.6120633 | 0.999757 | -0.99998605 |
| 40 | 0.49970017 | 0.50021135 | 1.001023 | +0.94897642 | 0.50021135 | 1.001023 | +0.94897653 |
| 41 | 0.49970017 | 0.49966995 | 0.99993953 | +0.94929192 | 0.49966995 | 0.99993953 | -0.94929182 |
| 42 | 0.49342193 | 0.49347041 | 1.0000983 | +0.99965827 | 0.4934704 | 1.0000982 | -0.99965827 |
| 43 | 0.299901739 | 0.299894106 | 0.99974471 | -0.94028571 | 0.29890943 | 0.99963893 | -0.94034799 |
| 44 | 0.299901739 | 0.299971553 | 1.0023348 | -0.94027405 | 0.29968385 | 1.0022288 | -0.94033469 |
| 45 | 0.25312641 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.79728419 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.79728357 |
| 46 | 0.25312641 | 0.25336283 | 1.000934 | -0.79728424 | 0.25336283 | 1.000934 | +0.79728362 |
| 47 | 0.20386415 | 0.20386742 | 1.0000161 | +0.7132152 | 0.20383604 | 0.99986213 | +0.71449138 |
| 48 | 0.20386415 | 0.20382755 | 0.99982052 | -0.71333504 | 0.20379615 | 0.99966648 | -0.71461201 |
| 49 | 0.19719728 | 0.19731515 | 1.0005977 | -0.99979116 | 0.19731514 | 1.0005977 | -0.99978948 |
| 50 | 0.1724863 | 0.17243242 | 0.99968764 | +0.99991125 | 0.17243241 | 0.9996876 | -0.99991107 |
| 51 | 0.069032863 | 0.069478606 | 1.006457 | +0.9997245 | 0.069478606 | 1.006457 | -0.99972449 |
| 52 | 0.065915478 | 0.065803822 | 0.99830607 | -0.99973129 | 0.065803821 | 0.99830605 | -0.9997313 |
| 53 | 0.054883117 | 0.055044002 | 1.0029314 | +0.72888562 | 0.055044001 | 1.0029314 | -0.7288847 |
| 54 | 0.054883117 | 0.055242567 | 1.0065494 | +0.72887788 | 0.055242567 | 1.0065494 | +0.72887695 |
| 55 | 1.7328945e-05 | 0.000899053 | 51.881553 | +0.9406354 | 0.000899042 | 51.880951 | +0.94063096 |
| 56 | 1.7328945e-05 | 0.0014884117 | 85.891656 | +0.750825 | 0.001488406 | 85.891326 | +0.75082448 |
| 57 | 7.1984282e-07 | 0.0006440217 | 894.66989 | -0.69165121 | 0.000644029 | 894.6802 | +0.69164654 |

表 6: 測定結果 III — z_3 を誤差をえた場合の擾乱・誤差の影響 2

| ID | 初期特異値 | +50mm (+10mm) | | -50mm (-90mm) | | -100mm (-140mm) | |
|----|-----------|---------------|-------------|---------------|------------|-----------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 1 | 3.5125593 | 3.5130405 | 1.000137 | -0.99595764 | 3.5130432 | 1.0001378 | -0.99582294 |
| 2 | 3.4931074 | 3.4934097 | 1.0000866 | +0.83312223 | 3.4937408 | 1.0001813 | +0.83299861 |
| 3 | 3.4931074 | 3.4919259 | 0.99966176 | -0.83118033 | 3.4922561 | 0.9997563 | -0.83099582 |
| 4 | 3.348889 | 3.34771 | 0.99964793 | -0.96176167 | 3.3477101 | 0.99964795 | -0.96176492 |
| 5 | 3.348889 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.96181946 | 3.3489176 | 1.0000085 | -0.96182116 |
| 6 | 3.1751247 | 3.1747484 | 0.99988147 | +0.99739168 | 3.1747484 | 0.99988148 | +0.99739133 |
| 7 | 3.1696391 | 3.1696513 | 1.0000039 | -0.99737316 | 3.1696513 | 1.0000039 | -0.99737319 |
| 8 | 3.1508721 | 3.1496624 | 0.99961606 | -0.99957653 | 3.1496625 | 0.99961609 | +0.99957514 |
| 9 | 3.0963133 | 3.0957272 | 0.9998107 | -0.9962114 | 3.09588 | 0.99986006 | -0.99624665 |
| 10 | 3.0963133 | 3.0941549 | 0.99930292 | +0.99645684 | 3.0943104 | 0.99935315 | +0.99649348 |
| 11 | 2.9706138 | 2.9697588 | 0.99971217 | +0.99992079 | 2.9697589 | 0.99971219 | +0.99992059 |
| 12 | 2.9081655 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980794 | 2.9066879 | 0.99949189 | -0.99980715 |
| 13 | 2.9081655 | 2.9071833 | 0.99966226 | -0.99889542 | 2.9071839 | 0.99966244 | +0.99886664 |
| 14 | 2.8899977 | 2.8907789 | 1.0002738 | +0.976779199 | 2.8909866 | 1.0003422 | +0.97707731 |
| 15 | 2.8899977 | 2.8898157 | 0.99993702 | -0.97774117 | 2.890011 | 1.0000046 | -0.97805753 |
| 16 | 2.7621252 | 2.760404 | 0.99937686 | -0.79898386 | 2.7604041 | 0.99937689 | -0.79898504 |
| 17 | 2.7621252 | 2.763224 | 1.0003978 | -0.79895979 | 2.7632241 | 1.0003978 | -0.79896158 |
| 18 | 2.7302841 | 2.72919 | 0.99959925 | -0.99974118 | 2.7291905 | 0.99959944 | -0.99973638 |
| 19 | 2.6335328 | 2.6342684 | 1.0002793 | -0.79271554 | 2.6358327 | 1.0008733 | -0.79282127 |
| 20 | 2.6335328 | 2.6312034 | 0.99911551 | -0.79277031 | 2.63227746 | 0.99971209 | -0.79288205 |
| 21 | 2.5805019 | 1.000021 | +0.99976371 | 2.5805024 | 1.0000212 | +0.999773 | 2.5805027 |
| 22 | 2.3805535 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627266 | 2.381725 | 1.0004921 | +0.73627377 |
| 23 | 2.3805535 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630052 | 2.3798471 | 0.99970329 | -0.73630172 |
| 24 | 2.3002318 | 2.2995207 | 0.99969088 | -0.99994912 | 2.2995207 | 0.99969089 | +0.99994911 |
| 25 | 2.1527796 | 2.1526991 | 0.9999626 | -0.99996936 | 2.1526993 | 0.99996271 | -0.99996852 |
| 26 | 2.0170977 | 2.0172386 | 1.0000698 | +0.87303153 | 2.0172388 | 1.0000699 | +0.87298429 |
| 27 | 2.0170977 | 2.0157576 | 0.99933562 | +0.87302635 | 2.0157578 | 0.99933573 | +0.87297823 |
| 28 | 1.8864321 | 1.8801248 | 0.99665648 | -0.79694317 | 1.8921568 | 1.0030346 | -0.79799671 |
| 29 | 1.8864321 | 1.8814214 | 0.9973438 | +0.79693619 | 1.893474 | 1.0037329 | +0.79798866 |
| 30 | 1.8223296 | 1.8229821 | 1.0003581 | -0.99980014 | 1.8229856 | 1.00036 | -0.99985805 |

表 6: 測定結果 III — z_3 を誤差をえた場合の擾乱・誤差の影響 2

| ID | 初期特異値 | +50mm (+10mm) | | -50mm (-90mm) | | -100mm (-140mm) | |
|----|---------------|---------------|-------------|---------------|--------------|-----------------|-------------|
| | | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 | 特異値 | 内積値 |
| 31 | 1.3741005 | 1.373923 | 0.99987083 | +0.98968291 | 1.3751062 | 1.0007319 | -0.99032337 |
| 32 | 1.3741005 | 1.3731886 | 0.999333638 | -0.98977137 | 1.3743679 | 1.0001946 | -0.99040131 |
| 33 | 1.3399993 | 1.3395456 | 0.99966614 | +0.99400299 | 1.3395458 | 0.99966631 | +0.99398912 |
| 34 | 1.3399993 | 1.3409205 | 1.0006922 | +0.99399919 | 1.3409207 | 1.0006923 | +0.9939837 |
| 35 | 1.23383 | 1.2339361 | 1.000086 | +0.99990963 | 1.2339361 | 1.000086 | -0.99990963 |
| 36 | 1.2122004 | 1.2127381 | 1.0004436 | +0.9989993 | 1.2127381 | 1.0004436 | -0.9989944 |
| 37 | 0.70589589 | 0.7035846 | 0.99672574 | +0.93196011 | 0.70770726 | 1.0025661 | -0.92766868 |
| 38 | 0.70589589 | 0.70385651 | 0.99711094 | +0.93195922 | 0.70797363 | 1.0029434 | +0.92766872 |
| 39 | 0.61221207 | 0.6120633 | 0.99975699 | -0.99998601 | 0.61206331 | 0.99975701 | -0.99998607 |
| 40 | 0.49970017 | 0.50021134 | 1.001023 | -0.94897586 | 0.50021136 | 1.001023 | +0.94897697 |
| 41 | 0.49970017 | 0.499666995 | 0.99993953 | +0.94929142 | 0.49966995 | 0.99993952 | +0.9492924 |
| 42 | 0.49342193 | 0.4934704 | 1.0000982 | +0.99965826 | 0.49347041 | 1.0000983 | +0.99965828 |
| 43 | 0.299901739 | 0.29878161 | 0.99921148 | -0.94059651 | 0.29909729 | 1.0002672 | -0.93997348 |
| 44 | 0.299901739 | 0.299955586 | 1.0018008 | +0.94057658 | 0.29987198 | 1.002858 | -0.93996996 |
| 45 | 0.25312641 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.7972811 | 0.25280906 | 0.9987463 | +0.79728723 |
| 46 | 0.25312641 | 0.25336282 | 1.000934 | -0.79728111 | 0.25336283 | 1.000934 | -0.79728732 |
| 47 | 0.20386415 | 0.20370889 | 0.99923846 | -0.71959966 | 0.20398219 | 1.0005791 | +0.70705108 |
| 48 | 0.20386415 | 0.20366892 | 0.9990424 | -0.71972367 | 0.20402197 | 1.0007742 | +0.70722032 |
| 49 | 0.19719728 | 0.19731509 | 1.0005974 | -0.9997824 | 0.19731521 | 1.000598 | -0.99979912 |
| 50 | 0.1724863 | 0.17243238 | 0.99968741 | +0.99991034 | 0.17243246 | 0.99968787 | -0.99991213 |
| 51 | 0.069032863 | 0.069478606 | 1.006457 | -0.99972449 | 0.069478607 | 1.006457 | -0.9997245 |
| 52 | 0.065915478 | 0.065803816 | 0.99830598 | +0.99973134 | 0.065803828 | 0.99830616 | -0.99973123 |
| 53 | 0.054883117 | 0.055043996 | 1.0029313 | +0.72888095 | 0.055044008 | 1.0029315 | -0.7288902 |
| 54 | 0.054883117 | 0.055242566 | 1.0065494 | +0.72887323 | 0.055242568 | 1.0065494 | +0.72888244 |
| 55 | 1.7328945e-05 | 0.000899000 | 51.878513 | +0.94061283 | 0.00089910 | 51.88452 | +0.94065705 |
| 56 | 1.7328945e-05 | 0.0014883828 | 85.889985 | +0.75082214 | 0.0014884398 | 85.893276 | +0.75082721 |
| 57 | 7.1984282e-07 | 0.000644059 | 894.72166 | -0.69162759 | 0.00064398 | 894.61877 | -0.69167414 |

これらの結果からは、-100mm のずれが発生してもペアを構成しない特異ベクトルでは内積値の変化は 1%以下、ペアを構成する特異ベクトルのペア間での内積値の差も 1% 以下であり、かつ特異値の変化・ずれとも同様に小さいレベルに収まっているといえる。

つまり、 z_s の誤差は(セグメントの横ずれなどほどには) それほど大きな影響を及ぼさないと結論付けられる。

6 結論

ギャップセンサーの読み出しノイズが $\pm 10\text{nm}$ 一様乱数で表される場合において、アクチュエータを $10\mu\text{m}$ それぞれ駆動させて変換行列の要素を測定することで、制御に大きな影響を与えない特異値・特異ベクトルのセットを得ることができることが判明した。この駆動量はどの制御位置でも駆動可能な量であるので、この方法を実際の望遠鏡で実現することは可能と考えてよい。