

分割主鏡シミュレータ II — 分割鏡動作パラメータの把握 I

岡山新技術望遠鏡グループ

平成 22 年 5 月 26 日

目次

1	概要	1
2	可能性のある配置点とその座標	1
2.1	座標への制限	2
2.1.1	内周セグメント	2
2.1.2	外周セグメント	3
3	測定点配置に関する検証	3
4	ソフトウェア実装	4
4.1	固有値の導出	4
4.2	ギャップセンサー配置データ入力	4
4.3	入力データからの対向位置決定	4
4.3.1	固定辺 ID 2 — 内周・外周同士	4
4.3.2	最内周 — セグメント ID 1-6 かつ固定辺 ID 1	4
4.3.3	内周・外周間の内周側 — セグメント ID 1-6 かつ固定辺 ID 3	5
4.3.4	内周・外周間の内周側 — セグメント ID 1-6 かつ固定辺 ID 3	6
4.3.5	最外周 — セグメント ID 7-18 かつ固定辺 ID 3	6
4.4	ギャップセンサー位置データから変換行列の構築	6

1 概要

分割主鏡の制御系を検討する際には、まだよくわかっていない分割主鏡の動作パラメータについて把握する必要がある。つまり、ギャップセンサーによる位置測定点をどのように配置するのが主鏡の相対位置をきちんと把握するのに効果的なのか、どのように配置しないと測定データが縮退して情報欠落が発生するのか、相対位置測定用のセグメント間ギャップセンサー以外に必須となる情報がないのかなどをシミュレーションなどをもとに検証し、把握する必要がある。これらの目的を達成するために必要と考えられるシミュレーション試験内容を検討する。

2 可能性のある配置点とその座標

ギャップセンサーはセグメントの間に配置される。しかしながら、セグメント間には数 mm の隙間があるためセグメントの辺に配置するのではずれが生じる¹。この検討では、簡単化のためにギャップセンサーの固定位置はセグメント間

¹注: ここでは、ギャップセンサーの固定位置について、センサーの測定領域の中心点で代表させている。このため、センサーの機械的な固定位置ではないことに注意。また、一つのギャップセンサーを構成する 2 測定点の物理的な絶対位置は同じでなければならない。

の中央に固定する。この配置の方針において、内周・外周間のセンサー固定位置は R1183 の円上に、内周間センサーは鏡材配置から 30 度ずれた 60 度ごとの半径方向に、外周間センサーは鏡材配置から 15 度ずれた 30 度ごとの半径方向に固定される。これを図に表すと図 1 のようになる。ただし、正確に線を引くと重なってしまうため、点線で示した固定位置とセグメント外周との間隔は誇張している。

なお、ここではリファレンス点として設置が検討されている、内周の内側、外周の外側については検討しない。これは、リファレンス点については相手となる固定位置がセグメント鏡に依存するものでなく、独立にトラスからはやして固定・設置するものとなることによる。

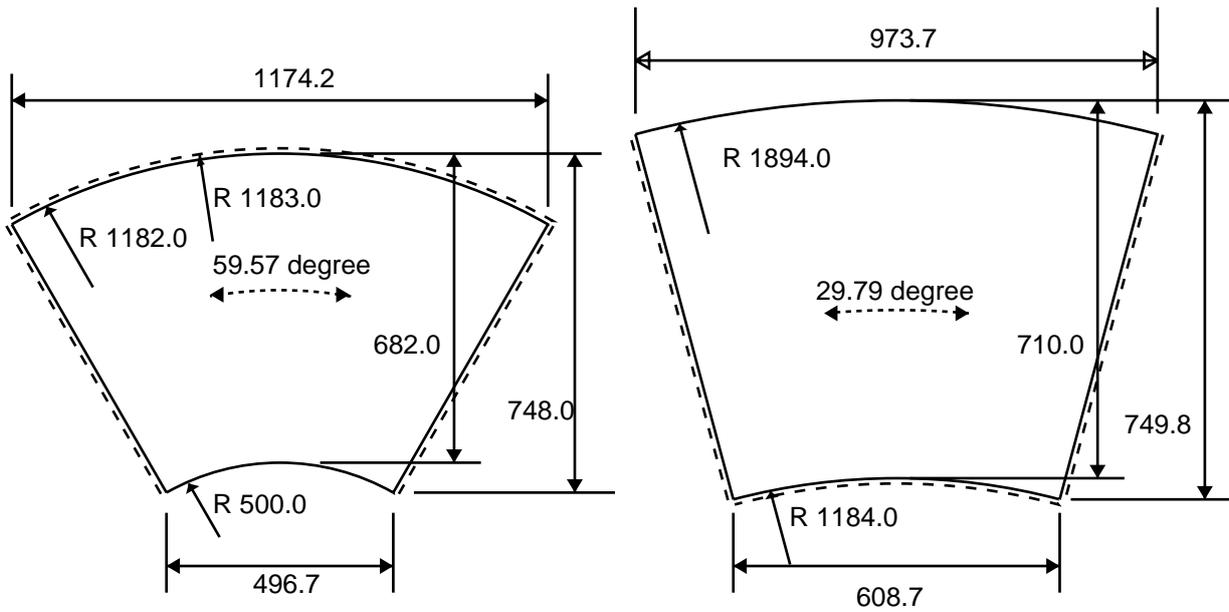


図 1: セグメントに対するギャップセンサー固定位置 (点線)

2.1 座標への制限

ここでは、これらの固定位置のセグメント中心に対する表式を求める。

2.1.1 内周セグメント

内周セグメントについて、両側の直線部分はセグメント中心から 30° 離れた半径方向の直線となる。これと、セグメント中心に対する鏡材中心 (外辺を定義する R の中心点) の位置は (0, -841) となるので、これらの固定位置は次のようにならわされる。

$$y = \sqrt{1183^2 - x^2} - 841 \dots (-591.5 \leq x \leq 591.5)$$

$$y = \sqrt{3}x - 841 \dots (250 \leq x \leq 591.5)$$

$$y = -\sqrt{3}x - 841 \dots (-591.5 \leq x \leq -250)$$

内周セグメントの内側のリファレンス点についても、外側と同じくセグメント外形から 1mm 離れたところであると

$$y = \sqrt{499^2 - x^2} - 841 \cdots (-250 \leq x \leq 250)$$

となる。

2.1.2 外周セグメント

外周セグメントについて、両側の直線部分はセグメント中心から 15° 離れた半径方向の直線となる。これと、セグメント中心に対する鏡材中心 (外辺を定義する R の中心点) の位置は $(0, -1539)$ となるので、これらの固定位置は次のようにあらわされる。

$$y = \sqrt{1183^2 - x^2} - 1539 \cdots (-306.18 \leq x \leq 306.18)$$

$$y = (2 + \sqrt{3})x - 1539 \cdots (306.18 \leq x \leq 490.2)$$

$$y = -(2 + \sqrt{3})x - 1539 \cdots (-490.2 \leq x \leq -306.18)$$

外周セグメントの外側のリファレンス点についても、内側と同じくセグメント外形から 1mm 離れたところであるとすると

$$y = \sqrt{1895^2 - x^2} - 1539 \cdots (-490.2 \leq x \leq 490.2)$$

となる。

3 測定点配置に関する検証

まず、測定点配置をどのように行えば効率的なのかをシミュレーションで検証する。シミュレーターの検討から、N 個のアクチュエーターの制御位置 (N 要素ベクトル A) と M 個のギャップセンサーの読み出し値 (M 要素ベクトル G) の間には、MN 要素を持つ行列 AG を利用して、 $G = AG \cdot A$ という関係が定義できることがわかっている。また、この行列 AG は機械的な設定を変えない限りその値が変化しない行列となっている。ここで、情報量を落とさないという観点から、ギャップセンサーの配置数は必ずアクチュエーターの制御位置数と等しいかより多い点数となるはずである。つまり、かならず $M > N$ が実現している。ということから、この連立方程式は列退化していない限り優決定である。

いま、主にこの情報量を落とさないという観点、つまり列退化しているかどうかという面から測定点配置について検証する。測定点配置 (とアクチュエーター制御位置のみ) から変換行列 AG が求まり、この変換行列がアクチュエーター制御位置とギャップセンサー読み出し値との関係を表している。よって、この変換行列の条件数 (固有値の比) を検証すればよいことになる。つまり、固有値のばらつきが大きいほど (3~4 桁などの差がある)、測定点位置の組み合わせについて情報量欠落が発生しているといえるので、このばらつきを検証する。

なお、ここで、片側を固定点とするリファレンス点となるギャップセンサーの取り扱いを考慮する必要がある。このようなギャップセンサーについて、二つある固定位置のうちの固定点側には制御するエレメント (アクチュエーターなど) は存在しない²ため A への影響はなく、行列 AG への影響は他のギャップセンサーと同じくアクチュエーターによって移動させられる固定位置のみを考えることになる。よって、特別な取り扱いは必要ないといえる。

²トラス自体の機械的変形はあるが、この行列での表式では取り扱えないレイヤーの話であるため考慮しない。

4 ソフトウェア実装

4.1 固有値の導出

NM 要素の変換行列から固有値を求めるのに SVD を利用する。SVD では、MN 要素の行列 A に対して、MN 要素の U と NN 要素の V の二つの正規直交行列と、NN 要素の対角行列 W を利用し

$$A = U \cdot W \cdot V^T$$

と分解できる。この N 個の W の対角要素が変換行列の固有値となる。

4.2 ギャップセンサー配置データ入力

ギャップセンサーの配置データについて、今回はシミュレータは利用しないがシミュレータに直接入力できる形で内部的には持つことにする³。

ギャップセンサーを構成する固定点位置については、一つのギャップセンサー位置を指定すると相対位置の関係で二つのセグメントについて一意に決定できる。ここでは、図 2 のようにとる。これについて、入力が必要なデータは次のようになり、入力テキストデータにこれらの値を 1 行 1 セットとして記述する。

- セグメント ID
- 指定されたセグメント内での固定点位置が乗る辺の ID
- 位置 (x 座標)

セグメント ID については、図 2 での定義を利用すると対応するもう一つのセグメントは特定できる (ただし、指定されたセグメント内での固定位置が乗る辺の指定情報が別途必要) ので、片方の ID のみで問題ない。なお、実際の分割主鏡では、ギャップセンサーの取り付け方法 (センサー出力値とセグメント移動量が正の相関になるセグメント ID) には 2 自由度があるが、この自由度をなくして設計することはできないため、シミュレーターソフトにおいてもこの指定値が必ず小さいほうのセグメント ID に限る、という指定はできない。

セグメント内での固定位置が乗る辺については、内側の曲線、2 つある直線 (これは x 座標の正負で区別できる)、外側の曲線の 3 つのみが可能性があるため、これらに順番に 1-3 の ID を割り当てる。なお、内周セグメント (セグメント ID 1-6) の ID 1 (内側の曲線) と、外周セグメント (セグメント ID 7-18) の ID 3 (外側の曲線) については、相手が固定点であるため、少し特殊な取り扱いが必要である。

4.3 入力データからの対向位置決定

4.3.1 固定辺 ID 2 — 内周・外周同士

内周同士、外周同士については、隣り合う辺は唯一であるので対応関係は x の値と関係なく決定される。(ただし、 x の正負で決定される左右どちらの辺かという情報を除く。)

x が正ならセグメント ID は +1 されたもの、逆に x が負ならセグメント ID は -1 されたものになる。また、対向するセグメントでの x 座標は $-x$ である。

4.3.2 最内周 — セグメント ID 1-6 かつ固定辺 ID 1

最内周の対向固定位置は、完全固定点となり、固定位置 ID 0 をあてる。

³これには、将来的にこのモジュールを活用できるようにする目的も含む。

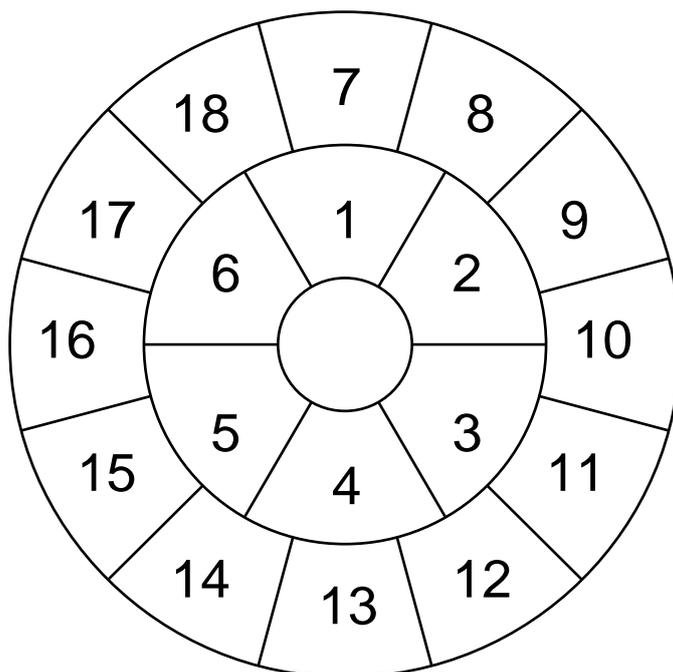


図 2: セグメント ID

4.3.3 内周・外周間の内周側 — セグメント ID 1-6 かつ固定辺 ID 3

内周セグメントの外側の曲線について、対応するセグメント ID は $x < -295.75$ の場合 $ID \times 2 + 4$ (左側)、 $-295.75 < x < 295.75$ の場合 $ID \times 2 + 5$ (中央)、 $295.75 < x$ の場合 $ID \times 2 + 6$ (右側) である。

対応するセグメント上の x 座標は座標変換が必要となる。セグメント間で x - y 直交座標系の原点・向きの両方が異なるため、違うアプローチを検討する。まず、固定位置は内周・外周セグメントの双方で $R = 1183.0$ の円上にある。この円上において、各セグメントの x 軸からの角度を求めて、角度で変換することにする。なお、以下で角度はすべて上から見て時計回りに取る。

内周セグメントにおいて x 軸からの角度 θ は

$$\sin \theta = \frac{x}{R}$$

と記述できる。これに対し中央の外周セグメントは

$$R \cdot \sin \theta = x$$

である (当然、)。いま、右側のセグメントにおいて x 軸からの角度を γ とすると、 $\theta - \gamma = 30^\circ$ である。よって

$$\sin \gamma = \sin(\theta - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{x}{R} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right)^{1/2}$$

である。ここから外周の右側のセグメントでの x 座標に変換すると

$$R \cdot \sin \gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} x - \frac{1}{2} (R^2 - x^2)^{1/2}$$

と求められる。逆に左側のセグメントについては $\gamma - \theta = 30^\circ$ であるので

$$\sin \gamma = \sin(30^\circ + \theta) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right)^{1/2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{x}{R}$$

であり

$$R \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} (R^2 - x^2)^{1/2} + \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

となる。

4.3.4 内周・外周間の内周側 — セグメント ID 1-6 かつ固定辺 ID 3

外周セグメントの内側の曲線については、セグメント ID が奇数のときは唯一に定まり、偶数の場合は $x < 0$ なら ID/2 - 3、 $x > 0$ なら ID/2 - 2 となる。

また、 x 座標変換についてもセグメント ID が奇数のときはそのまま x である。セグメント ID が偶数のときは上述と同様に変換する。外周セグメントの固定位置 x に対して外周セグメントの x 軸からの角度 θ とする。 $x > 0$ のとき、内周セグメントの x 軸からの角度 γ ($\gamma < 0$) は、 $\theta - \gamma = 30^\circ$ となり

$$\sin \gamma = \sin(\theta - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{x}{R} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right)^{1/2}$$

である。よって内周セグメントの x 座標は

$$R \cdot \sin \gamma = \frac{\sqrt{3}}{2} x - \frac{1}{2} (R^2 - x^2)^{1/2}$$

となる。同様に $x < 0$ の時には

$$R \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} (R^2 - x^2)^{1/2} + \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

とあらわされる。

4.3.5 最外周 — セグメント ID 7-18 かつ固定辺 ID 3

最外周の対向固定位置は、完全固定点となり、固定位置 ID 0 をあてる。

4.4 ギャップセンサー位置データから変換行列の構築

ある ID i のギャップセンサーの位置データが、前節から求めたとき、変換行列がどうなるかを考える。ここでギャップセンサーの位置データについて、一つ目の固定位置が $(seg_{i1}, x_{i1}, y_{i1})$ 、二つ目が $(seg_{i2}, x_{i2}, y_{i2})$ と記述できるとき、影響が出る行列 AG の要素を $AG_{\alpha\beta}$ とすると $\alpha = i$ である。そして、 β について、セグメント ID に対応するアクチュエーター ID であるので、 $\beta = seg_{ia} \times 3 - (2, 1, 0)$ の 2 つをとる。

よって、行列 AG の要素 $AG_{\alpha\beta}$ に以下のような値を設定することになる。

$$\begin{aligned} AG_{i, seg_{i1} * 2 - 2} &= \frac{y_2 - y_{i1}}{y_2 - y_1} \\ AG_{i, seg_{i1} * 2 - 1} &= \frac{-x_{i1}(y_2 - y_1) + x_2 y_{i1} - x_2 y_1}{2x_2(y_2 - y_1)} \\ AG_{i, seg_{i1} * 2} &= \frac{x_{i1}(y_2 - y_1) + x_2 y_{i1} - x_2 y_1}{2x_2(y_2 - y_1)} \\ AG_{i, seg_{i2} * 2 - 2} &= -\frac{y_2 - y_{i2}}{y_2 - y_1} \\ AG_{i, seg_{i2} * 2 - 1} &= -\frac{-x_{i2}(y_2 - y_1) + x_2 y_{i2} - x_2 y_1}{2x_2(y_2 - y_1)} \\ AG_{i, seg_{i2} * 2} &= -\frac{x_{i2}(y_2 - y_1) + x_2 y_{i2} - x_2 y_1}{2x_2(y_2 - y_1)} \end{aligned}$$