

# 分割主鏡シミュレーター原案

岡山新技術望遠鏡グループ

平成 22 年 5 月 20 日

## 目次

1	概要	1
2	シミュレーターの構造	1
3	制御パラメータ調査	2
3.1	主鏡パラメータ	2
3.2	アクチュエーター移動による主鏡の傾き	2
3.3	鏡背面の相対傾きがギャップセンサーの値に及ぼす影響	4
3.3.1	アクチュエーター駆動による鏡の傾き	4
3.3.2	背面の相対傾き角がギャップセンサーに及ぼす影響	5
3.3.3	内周・外周間の鏡材の相対傾き	5
3.3.4	内周セグメント間の鏡材の相対傾き	5
3.3.5	外周セグメント間の鏡材の相対傾き	5
3.3.6	まとめと評価	6
3.4	アクチュエーターの理想位置からのずれとギャップセンサーの値の関係	6

## 1 概要

分割主鏡の制御システムをどう構築するかを検討・検証のため、モデルシミュレーションが可能になるようなシミュレータを構築することを目的とする。

分割主鏡の制御は、位置センサーにより測定された主鏡セグメント間の位置ずれ量（位置センサーの読み出し値の補正のための環境パラメータも含む）、SH/PCS による光学的なセグメント位置ずれ量の測定値、およびアクチュエーターに取り付けられた梘子機構をかけた後の移動量を測定するための位置センサーの測定値をもとに、各セグメントごとに 3 本あるアクチュエーターを駆動するというループをまわすことになる。本シミュレータシステムは、この制御を行うシステムに接続する形で利用する、分割主鏡制御システム開発の補助のためのシミュレーターである。

## 2 シミュレーターの構造

シミュレーターでは内部に仮想的なセグメントを持ち、仮想セグメントを駆動もしくは観測することで、システムへ必要な情報を提供する。つまり、シミュレーターは制御系から入力されたアクチュエーターの駆動量をもとに、内部にもつ仮想的なセグメントを移動させ、それらの観測量である位置ずれ量などを出力する機能を持つ必要がある。また、環境パラメータを適当に仮定、もしくは外部から設定できるようにし、それらについても制御系へ値を渡す必要がある。

これを実現するには、以下のような機構が必要となる。

アクチュエーター制御システム アクチュエーターは移動コマンドを発行した瞬間に設定された移動量分だけ動くのではなく、実際には設定された速度カーブを描いて駆動される。このため、制御システムからのアクチュエーター制御入力値に対して、実際のアクチュエーターを模倣するような変換ルーチンが必要となる。

セグメント位置計算 各セグメントについて、3つあるアクチュエーターの制御位置に対応してセグメント上の任意位置での高さ方向の値を求めるようなシステムが必要となる。

鏡背面ギャップセンサー 2つのセグメント間の近接2点間における高さのずれを求めるシステムが必要となる。このギャップセンサーの出力値には、環境による影響を含む必要があるため、環境パラメータの逆補正が必要となる。

PCS 位相ずれ量計算 PCS による位相測定で測定されるセグメント間位相ずれ量を求めるシステムが必要となる。

鏡面傾きベクトルの出力 SH で各セグメントの傾きを調べる際、鏡面の傾きのベクトルが必要となる。ただし、セグメント背面への垂線と実際に利用する光束における傾きのベクトルは異なる方向を向く(表面の垂線は鏡材中心点において背面と同一ベクトルとなるが?)はずなので、その点には注意。

### 3 制御パラメータ調査

ここでは、まず、主鏡制御の際に必要なパラメータや変換式を導出する。

#### 3.1 主鏡パラメータ

主鏡セグメントは、鏡面中心において鏡面に対する垂線と背面に対する垂線が一致する形状をしている。主鏡を制御するアクチュエーターは、鏡材背面に対する垂線に平行に配置されており、制御方向はこの鏡材背面に対する垂線方向となる。この鏡材背面と平行な平面内でのアクチュエーター軸の配置は表1である。また、この表の Angle のカラムは鏡材中心における鏡面に対する垂線と、望遠鏡主鏡の主軸のなす角度である。

表 1: アクチュエーター軸の座標

セグメント	$(x, y)_1$		$(x, y)_2$		$(x, y)_3$		Angle
内周	0.0000	-210.0000	275.5556	116.3889	-275.5556	116.3889	4.8066772
外周	0.0000	-193.7778	251.6667	110.9444	-251.6667	110.9444	8.7456477

内周・外周それぞれのセグメントの形状は図1のようになる。セグメントの中心点は、動径方向・半径方向のそれぞれの中央点として定義されている。中心点を原点とする、セグメントの左右両側の辺(直線)の式は、内周・外周についてそれぞれ

$$y_{inner} = 1.74753 \times |x| - 841$$

$$y_{outer} = 3.75962 \times |x| - 1539$$

となる。

#### 3.2 アクチュエーター移動による主鏡の傾き

分割主鏡の各セグメントは3つのアクチュエーターとその上に載せられた9点の支持パッドをもつホイップルツリー構造3組で支持される。ここで、主鏡の位置・傾きと3点のアクチュエーターの制御位置との関係について検討する。まず、それぞれのセグメントの理想的な配置からの傾きは微量と考えることができるので、等加重支持を行うことによるホイップルツリー機構内部での移動については鉛直方向のみの移動として近似してかまわない。つまり、ホイップルツリー機構により各支持パッドにおける加重が均等になるように支持パッドの配置は傾けられるものの、アクチュエー

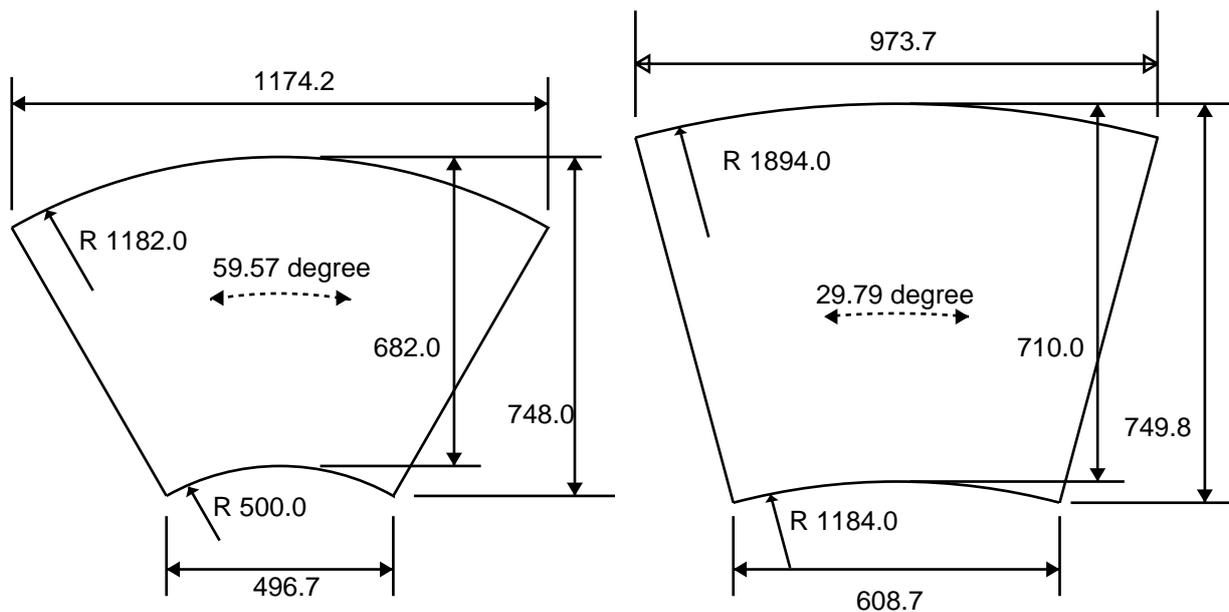


図 1: セグメントサイズ

ターを持ち上げることによる 27 点の支持パッドに対する影響は上下動に限定され、かつそれぞれの 9 支持点による 3 つのブロックが対応するアクチュエーターの上下動分だけ移動することで代表できるといえる。いま、支持点のグループはホイップルツリーにより均等荷重となるよう重心位置で支持されていることから、全体の(アクチュエーターの)移動量に対する各支持点の移動量の差は、その重心位置に対して対称であるはず。つまり、各ブロックの全支持点 9 点の重心位置での鏡の移動量は、アクチュエーターの移動量に相当し、この重心位置はアクチュエーターの軸をそのまま伸ばして鏡材に到達した点となる。

以上より、アクチュエーターでの制御による鏡の傾きは、鏡材上でのアクチュエーターの位置 (3 点) を上下方向に制御することで鏡材を傾かせていることに近似できる。

ここで、セグメントの座標と制御点を図 2 のようにとり、3 支持点 (アクチュエーター軸上点) を、 $P_1(0, y_1, z_1)$ 、 $P_2(-x_2, y_2, z_2)$ 、 $P_3(x_2, y_2, z_3)$  とする。ただし、 $z$  座標は簡単のため鏡材背面の点とする。<sup>1</sup>

このとき、セグメント (背面) 上の任意点  $Q$  の座標  $(x, y, z)$  を求める。いま、平面は背面であるため、上で定義した  $P_1, P_2, P_3$  を通る平面上にすべての点がある。つまり、原点  $O$  に対して

$$\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_2P_3} \cdot \overrightarrow{OQ} = d$$

を満たす。(  $d$  は任意の値。 )

$$\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_2P_3} \cdot \overrightarrow{OQ} = (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) \cdot x + x_2(2z_2 + z_3 - 3z_1) \cdot y - 2x_2(y_2 - y_1) \cdot z$$

であり、 $d$  はこれに点  $P_1$  を入れることで

$$d = x_2y_1(-z_1 + 2z_2 + z_3) - 2x_2y_2z_1$$

となる。つまり、セグメント背面上の任意点  $Q(x, y, z)$  は

$$(y_2 - y_1)(z_3 - z_1) \cdot x + x_2(2z_2 + z_3 - 3z_1) \cdot y - 2x_2(y_2 - y_1) \cdot z = x_2y_1(-z_1 + 2z_2 + z_3) - 2x_2y_2z_1$$

$$z = \frac{x_2y_1(-z_1 + 2z_2 + z_3) - 2x_2y_2z_1 - (y_2 - y_1)(z_3 - z_1)x - x_2(-3z_1 + 2z_2 + z_3)y}{2x_2(y_2 - y_1)}$$

<sup>1</sup>鏡材背面は平面となっているため、曲面である表面に対して計算しやすいという意味だけ。

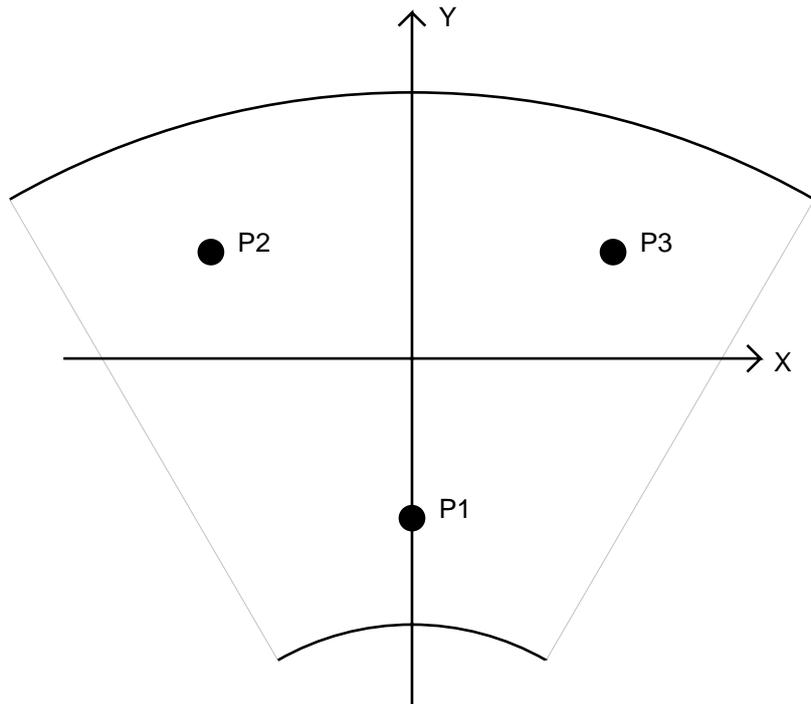


図 2: セグメント概形

$$= \left( \frac{-x_2 y_1 - 2x_2 y_2 + x y_2 - x y_1 + 3x_2 y}{2x_2 (y_2 - y_1)} \right) z_1 + \left( \frac{y_1 - y}{y_2 - y_1} \right) z_2 + \left( \frac{x_2 y_1 - y_2 x + y_1 x - x_2 y}{2x_2 (y_2 - y_1)} \right) z_3$$

であらわされる。

### 3.3 鏡背面の相対傾きがギャップセンサーの値に及ぼす影響

ギャップセンサーは鏡材の背面に固定されている。そして、主鏡トラスに乗せられたときに隣り合う鏡材同士において、その背面は同一平面上にはない。つまり、鏡材がアクチュエーターによって移動させられたとき、その移動量からギャップセンサーの読み出し値へは鏡材間の相対傾きを考慮して求める必要がある。

なお、ギャップセンサーの測定パッドはそれなりの大きさを持っているため、主鏡位置あわせ制御を行う際のギャップセンサーのパッド、もしくは固定点の鏡材背面と平行な方向への移動量は無視してかまわない。

#### 3.3.1 アクチュエーター駆動による鏡の傾き

まず、アクチュエーターを最大量駆動した場合の鏡の傾きについて考える。アクチュエーター間の距離は、表 1 から内周・外周とも 400 ~ 500 mm である。これに対し、アクチュエーター機構の仕様は最大駆動範囲 1mm、駆動再現精度 20nm である。この傾きは約 0.2 度に相当する。

内周・外周間の背面の相対傾き角が約 3.9 度であるので、アクチュエーターによる駆動が鏡背面の総体傾き角に及ぼす影響は無視していいといえる。(最大駆動範囲を常に利用するということはありえないため。)

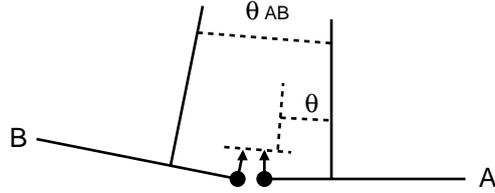


図 3: ギャップセンサー周りの配置の定義

### 3.3.2 背面の相対傾き角がギャップセンサーに及ぼす影響

まず、ギャップセンサー周りについて図 3 のように定義する。

ここで、A と B は鏡材 (背面の平面で代表して描いている)、 $\theta_{AB}$  は鏡材の背面間のなす相対角、 $\theta$  はギャップセンサーの測定方向と A の背面に対する垂線のなす相対角である。

いま、鏡材 A,B がそれぞれ  $\Delta z_A, \Delta z_B$  移動させられたとする。このとき、ギャップセンサーの読み  $\Delta z$  は

$$\Delta z = \Delta z_A \cos \theta - \Delta z_B \cos(\theta_{AB} - \theta)$$

となり、理想的な  $\Delta z' = \Delta z_A - \Delta z_B$  からの差は

$$\begin{aligned} \Delta z' - \Delta z &= (\Delta z_A - \Delta z_B) - (\Delta z_A \cos \theta - \Delta z_B \cos(\theta_{AB} - \theta)) \\ &= \Delta z_A(1 - \cos \theta) - \Delta z_B(1 - \cos(\theta_{AB} - \theta)) \end{aligned}$$

となり、影響はたかだか  $1 - \cos \theta_{AB}$  程度であるといえる。

### 3.3.3 内周・外周間の鏡材の相対傾き

主鏡トラスにおける鏡材配置の定義から 3.9389705 度である。

### 3.3.4 内周セグメント間の鏡材の相対傾き

内周セグメントは 60 度ごとに 1 枚存在し、主軸からの鏡材背面に垂直な軸の傾き 4.8066772 度が主軸周りに 60 度回転させられる分だけ、背面の相対傾きが発生する。

いま、 $\theta_i = 4.8066772$  とし、主軸を z 軸とすると、ある内周鏡についてその背面に垂直な軸は  $(0, \sin \theta_i, \cos \theta_i)$  とあらわされる。これに対して、隣の鏡材ではこれに z 軸周りに 60 度回転するような変換行列をかけると求まり、 $(\sin 60 \sin \theta_i, \cos 60 \sin \theta_i, \cos \theta_i)$  となる。この 2 つのベクトルのなす角は内積を利用し

$$(0, \sin \theta_i, \cos \theta_i) \cdot (\sin 60 \sin \theta_i, \cos 60 \sin \theta_i, \cos \theta_i) = \cos 60 \sin^2 \theta_i + \cos^2 \theta_i$$

となる。

### 3.3.5 外周セグメント間の鏡材の相対傾き

内周と同様に、 $\theta_o = 8.7456477$  とし  $\cos 30 \sin^2 \theta_o + \cos^2 \theta_o$  である。

### 3.3.6 まとめと評価

まとめると、鏡材間の相対傾きは、内周・外周間 3.94 度 (0.9976)、内周間 4.80 度 (0.9965)、外周間 4.51 度 (0.9969) となる。なお () 内は  $\cos \theta$  の値。この影響は、ギャップセンサーの間隔、もしくは間隔の変化に対して 0.3% 程度のものとなり、 $1\mu\text{m}$  の変化で  $3\text{nm}$  程度となる。これは、センサーの分解能・安定性に比べて一桁小さい。また、逆に、 $10\mu\text{m}$  の変化で同程度となるが、光学的ゼロ点補正における多波長を利用した測定可能レンジと同程度の変化であり、現実的にはありえない。

よって、結論としては、セグメント間の相対傾きがギャップセンサーでの値に及ぼす影響は無視してかまわないといえる。なお、ギャップセンサーの絶対値に対しては影響するがこちらの値は光学的なゼロ点補正のときにリセットされる量であるため無視してかまわない。

### 3.4 アクチュエーターの理想位置からのずれとギャップセンサーの値の関係

ギャップセンサーの読み出し値を求めるためには、まずは鏡材ごとにアクチュエーターの理想位置からのずれ量からギャップセンサーがつけられている点での鏡材の理想位置からのずれ量に変換する必要がある。

まず、セグメントにおける変換係数に関して、簡単化のために、セグメント ID を  $i$  とし

$$S_1^i(x_A, y_A) = \frac{-x_2 y_1 - 2x_2 y_2 + x_A y_2 - x_A y_1 + 3x_2 y_A}{2x_2(y_2 - y_1)}$$

$$S_2^i(x_A, y_A) = \frac{y_1 - y_A}{y_2 - y_1}$$

$$S_3^i(x_A, y_A) = \frac{x_2 y_1 - y_2 x_A + y_1 x_A - x_2 y_A}{2x_2(y_2 - y_1)}$$

と定義する。いま、ギャップセンサーの取り付け位置を  $G_A^i(x_A^i, y_A^i, 0)$  とすると、この点での鏡材の移動量は

$$(S_1^i(x_A, y_A), S_2^i(x_A, y_A), S_3^i(x_A, y_A)) \cdot (z_1^i, z_2^i, z_3^i)^t$$

と表すことができる。つまり、一つのセグメントにある全ての取り付け位置  $(G_A^i, G_B^i, \dots, G_N^i)$  に対して

$$\begin{pmatrix} z_A^i \\ z_B^i \\ \vdots \\ z_N^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1^i(x_A, y_A), & S_2^i(x_A, y_A), & S_3^i(x_A, y_A) \\ S_1^i(x_B, y_B), & S_2^i(x_B, y_B), & S_3^i(x_B, y_B) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_1^i(x_N, y_N), & S_2^i(x_N, y_N), & S_3^i(x_N, y_N) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1^i \\ z_2^i \\ z_3^i \end{pmatrix}$$

という行列式で記述できる。この表式はすべてのセグメント ID  $i = 1 \sim 18$  に対して成立する。なお、ここで、 $S_i^j(x, y)$  は取り付け位置などのパラメータが決まれば、すべて定数項となることに注意。また、セグメント間ではこれらのパラメータはすべて独立であることから、すべてのセグメントに対しても

$$(z_A^1, z_B^1, \dots, z_N^1, \dots, z_A^{18}, z_B^{18}, \dots, z_N^{18})^t =$$

$$\begin{pmatrix} S_1^1(x_A, y_A), & S_2^1(x_A, y_A), & S_3^1(x_A, y_A), & \dots, & 0, & 0, & 0 \\ S_1^1(x_B, y_B), & S_2^1(x_B, y_B), & S_3^1(x_B, y_B), & \dots, & 0, & 0, & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_1^1(x_N, y_N), & S_2^1(x_N, y_N), & S_3^1(x_N, y_N), & \dots, & 0, & 0, & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & \dots, & S_1^{18}(x_A, y_A), & S_2^{18}(x_A, y_A), & S_3^{18}(x_A, y_A) \\ 0, & 0, & 0, & \dots, & S_1^{18}(x_B, y_B), & S_2^{18}(x_B, y_B), & S_3^{18}(x_B, y_B) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & \dots, & S_1^{18}(x_N, y_N), & S_2^{18}(x_N, y_N), & S_3^{18}(x_N, y_N) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1^1 \\ z_2^1 \\ z_3^1 \\ \vdots \\ \vdots \\ z_1^{18} \\ z_2^{18} \\ z_3^{18} \end{pmatrix}$$

のように行列を並べる形で記述できる。ここで、この表式のベクトルについて、最初の (左辺) ベクトル、つまり位置センサーの取り付け位置での鏡材のずれをあらわすベクトルを

$$P = (z_A^1, z_B^1, \dots, z_N^1, \dots, z_A^{18}, z_B^{18}, \dots, z_N^{18})^t$$

と、最後のベクトル、つまりアクチュエーターの理想位置からのずれをあらわすベクトルを

$$A = (z_1^1, z_2^1, z_3^1, \dots, z_1^{18}, z_2^{18}, z_3^{18})$$

と定義し、この変換行列をアクチュエーターから位置センサーの  $z$  位置への変換行列  $AP$  と呼ぶ。これらの間には、

$$P = AP \cdot A$$

の関係が成立する。

ギャップセンサーの読みの値を導出するには、ペアとなるギャップセンサー取り付け位置に対応する  $z_i^j$  の差を求めればよい。いま、ペアとして対応する  $z_i^j$  について、かならずセグメント ID  $j$  は異なる。よって、ギャップセンサーの読みの値のベクトル  $G$  と  $P$  の関係を、変換行列  $PG$  を用いて

$$G = PG \cdot P$$

とあらわされるとすると、行列  $GP$  の要素は  $-1, 0, 1$  のいずれかになる。つまり、 $G$  とアクチュエーターの理想位置からのずれ  $A$  について、アクチュエーターからギャップセンサーの読みへの変換行列を  $AG$  と定義し

$$G = AG \cdot A = PG \cdot AP \cdot A$$

と表記できるとすると、 $G$  の任意要素は

$$\begin{aligned} G_\alpha &= z_\alpha^j - z_\beta^k \\ &= (S_1^j(x_\alpha, y_\alpha), S_2^j(x_\alpha, y_\alpha), S_3^j(x_\alpha, y_\alpha)) \cdot (z_1^j, z_2^j, z_3^j)^t - (S_1^k(x_\beta, y_\beta), S_2^k(x_\beta, y_\beta), S_3^k(x_\beta, y_\beta)) \cdot (z_1^k, z_2^k, z_3^k)^t \end{aligned}$$

となるので、 $AG$  の行列要素は  $AP$  の行列要素の  $\pm 1$  倍、もしくはゼロしかとりえない。

上記のことから次のことがいえる。

- 行列  $AP$  は位置センサーの ID のみにより決定される
- 行列  $PG$  は位置センサーの位置により決定される
- 行列  $AG = PG \cdot AP$  は機械的設計を変更しない限り同一
- 行列  $AG$  はゼロ要素が大半を占める非常に疎な行列である

今回の目的はシミュレータ側であり、アクチュエータの位置ずれを入力としてギャップセンサーの読みを導出する手法を検討することが目的であるのでここまでで完成となる。しかし、逆に分割主鏡の位置あわせを行うためには、上記の行列演算の逆演算を行う必要があり、この  $AG$  行列がゼロ要素が大破を占める非常に疎な行列であるという性質は、SVD の手法を利用しても解を求めることが困難になる可能性を強く示唆している。