N 体シミュレーションによる銀河渦状腕のピッチ角の解析

道越秀吾 (同志社大学), 小久保英一郎（国立天文台）

2013 年 9 月 26 日

概要

- ピッチ角とシアレイトの関係の先行研究
- 数値シミュレーション
- スイング増幅の理論による関係の導出
- まとめ

ピッチ角

ピッチ角の定義

渦状腕と円の接線と成す角度

- 腕の形状を決める基本的なパラメータの１つ

シアレイト

- **回転速度** $V(R)$ **の中心からの距離** R **依存性**

シアレイトの定義

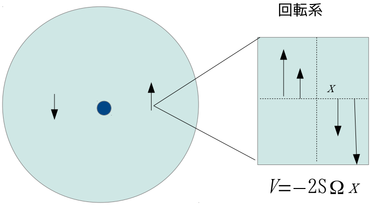
回転系から見た速度の線形展開:

$$\Delta V(R_0 + x) \simeq -2S\Omega x$$

S **をシアレイトという**

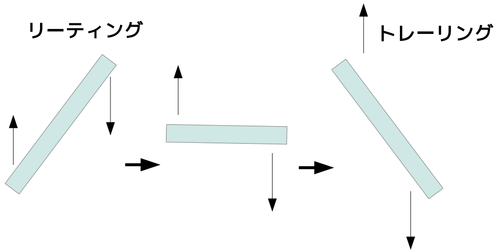
$$S = \frac{A}{\Omega} = \frac{1}{2}\frac{d\log\Omega}{d\log R}$$

A : **オールトの A 定数**



- **剛体回転**: $S = 0$, **ケプラー回転**: $S = 0.75$

速度シアによるピッチ角の進化



回転系で見たシアによる腕の回転

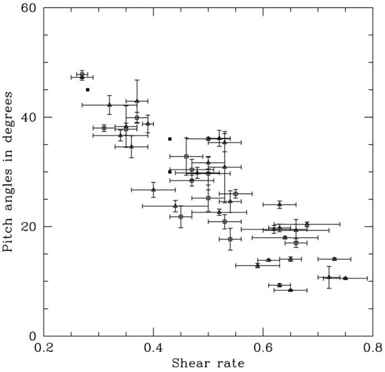
粒子間相互作用が無い場合

- 粒子間相互作用がない場合 (シアだけで運動が決まる場合) ⇒ ピッチ角 θ は以下のように進化

$$\tan\theta = \frac{1}{2At} = \frac{1}{2S\Omega t}$$

- シアレイト S が大きいほどピッチ角 θ の変化が早い

ピッチ角とせん断率 (シアレイト) の関係



Seigar et al. 2006

- **銀河のピッチ角 θ とシアレイト S の関係**
- **シアレイト S が大きいほどピッチ角 θ が小さくなる**
- **フィッティング式**

$$\theta = (64.25 \pm 2.87) - (73.24 \pm 5.53)S$$

先行研究と研究目的

先行研究

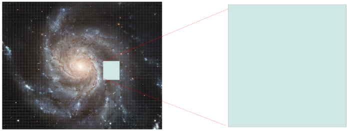
- スイング増幅の線形解析では、ピッチ角 θ とシアレイト S に関係があることが示唆されている（Julian and Toomre 1966）
- グローバル計算によるピッチ角の研究 (Grand et al. 2013)
    - $\Longrightarrow$ 観測と無矛盾なピッチ角ーシアレイト関係

研究の目的

- ローカル計算によってピッチ角ーシアレイト関係を調べる
- 理論への制限
- 腕形成に必要な物理の抽出

- ローカル計算の利点
    - 高解像度計算を高速に行えるので多くのパラメータで実行可能
    - シアレイトが一意に決まるので比較しやすい
    - 粒子の軌道の解析などが行いやすい

エピサイクル近似



- 円盤の一部分を取り出してシアを考慮した周期境界条件

運動方程式

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}^2 x_i}{dt^2} &= 2\Omega\frac{\mathrm{d}y_i}{dt} + \left(4\Omega^2 - \kappa^2\right) x_i + \sum_{j\neq i} \frac{Gm(x_j - x_i)}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{3/2}}, \\
\frac{\mathrm{d}^2 y_i}{dt^2} &= -2\Omega\frac{\mathrm{d}x_i}{dt} + \sum_{j\neq i} \frac{Gm(y_j - y_i)}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{3/2}}, \\
\frac{\mathrm{d}^2 z_i}{dt^2} &= -\nu^2 z_i + \sum_{j\neq i} \frac{Gm(z_j - z_i)}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{3/2}},
\end{aligned}
$$

- ガスの効果は無視

エピサイクル近似

運動方程式

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}^2 x_i}{dt^2} &= 2\Omega \frac{\mathrm{d}y_i}{dt} + \left(4\Omega^2 - \kappa^2\right) x_i + \sum_{j \neq i} \frac{Gm(x_j - x_i)}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{3/2}}, \\
\frac{\mathrm{d}^2 y_i}{dt^2} &= -2\Omega \frac{\mathrm{d}x_i}{dt} + \sum_{j \neq i} \frac{Gm(y_j - y_i)}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{3/2}}, \\
\frac{\mathrm{d}^2 z_i}{dt^2} &= -\nu^2 z_i + \sum_{j \neq i} \frac{Gm(z_j - z_i)}{(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{3/2}},
\end{aligned}
$$

ダークハローポテンシャル Φ の効果は、κ と ν に含まれる

$$
\kappa^2 = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2}\right) + \frac{3}{R}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial R}\right)
$$

$$
\nu^2 = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}\right)
$$

パラメータ

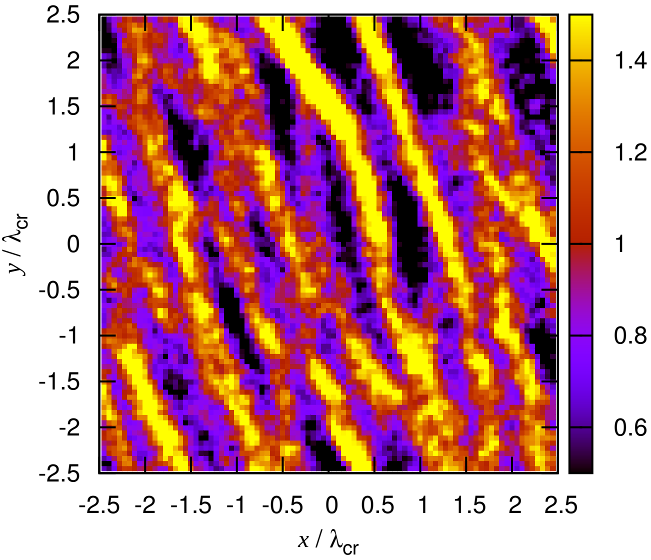
固定したパラメータ

- **粒子数**: 20 **万体**
- **計算領域サイズ**: $5\lambda_{\rm cr} \times 5\lambda_{\rm cr}$
- z **方向の振動数** $\nu/\Omega = 3$

変化させたパラメータ

- **エピサイクル振動数：** $\kappa/\Omega = 1.0, 1.1, 1.2, \cdots, 1.9$
  - **シアレイトに換算すると** $S = 0.0975 \sim 0.75$
- Toomre **の** Q **値**: $Q = 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$

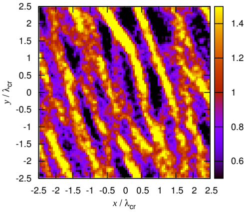
密度場



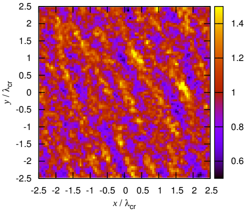
- 一様状態から計算開始

Q 値依存性

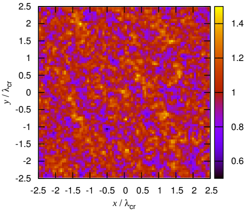
$\kappa/\Omega = 1.4$ の場合



$Q = 1.0$



$Q = 1.4$



$Q = 1.8$

Q 値依存性

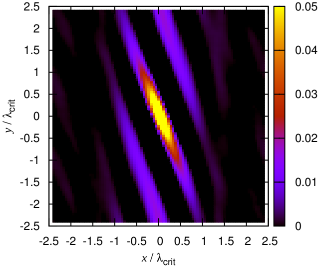
- ピッチ角に顕著な依存性は見られない
- Q 値が大きいほど密度振幅が減少する

相関関数

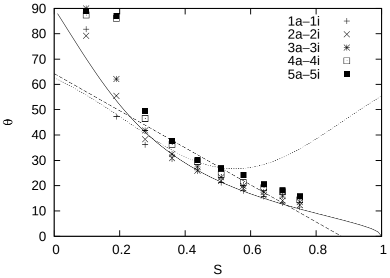
- 腕の形は変化する
- 粒子の相対的な位置関係を表す統計量に着目 $\Longrightarrow$ 相関関数
- 相関関数は大きく変化しない

相関関数

$$\xi(x,y) = -1 + \frac{1}{\bar{\Sigma}^2 L_x L_y} \iint \Sigma(x+u, y+v)\Sigma(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v,$$



シアレイトとピッチ角の関係



- 破線：観測からのフィッティング公式 (Seigar et al. 2006)
- 実線：シミュレーションの結果のフィッティング公式

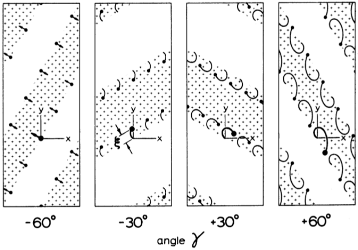
$$\tan\theta \simeq \frac{1}{7}\frac{\kappa}{A} = \frac{1}{7}\frac{\kappa}{S\Omega}$$

- 初期 Q 値を変えてもそれほど結果は変わらない
- シミュレーションと観測の一致

スイング増幅

ピッチ角とシアレイトの関係は理論から説明されるか

$\Longrightarrow$ **スイング増幅** (Goldreich and Lynden-Bell 1965, Julian and Toomre 1966)



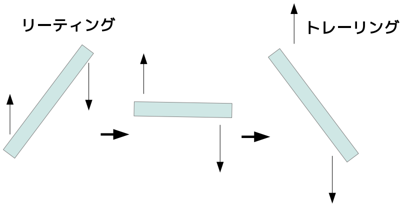
Toomre 1981

エピサイクル運動と腕の回転が同期することによって自己重力の効果が強まる

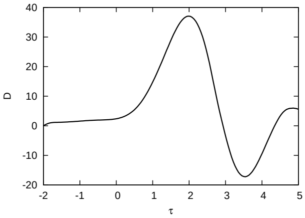
密度の時間進化

密度振幅 D は以下のように時間発展する:

$$D(\tilde{t}) = \int_{\tilde{t}_\mathrm{i}}^{\tilde{t}} K(\tilde{t}', \tilde{t}; \tilde{k}_y, Q, \kappa)(D_\mathrm{imp} + D(\tilde{t}'))\mathrm{d}\tilde{t}',$$



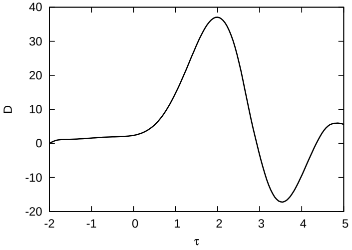
回転系で見たシアによる腕の回転

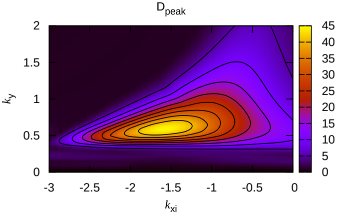


- 密度増幅の最大値 $\Longrightarrow$ 初期の波数に依存する (k_{xi}, k_y)

最も増幅される波

様々な波数の波を仮定 $\Longrightarrow$ 時間進化を調べ，最大密度振幅を調べる

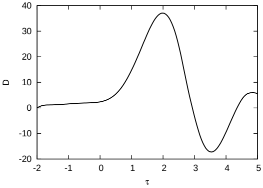


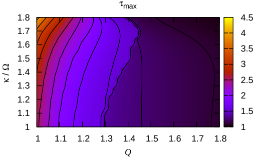


初期波数 $\tilde{k}_{xi} = -1.5, \tilde{k}_y = 0.5$

- $\Longrightarrow$ ある特定の波数の波が強く振幅増幅される
- $\Longrightarrow$ その波の最も増幅されたときのピッチ角が観測されるピッチ角と解釈する

ピッチ角の導出





最大増幅される時間

この時間とピッチ角は次の式で結びついている:

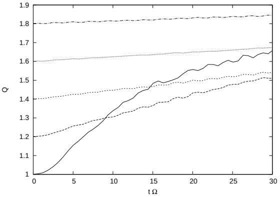
$$\tan\theta_{\max} = \frac{1}{2\pi\tilde{t}_{\max}} \times \frac{\kappa}{A}.$$

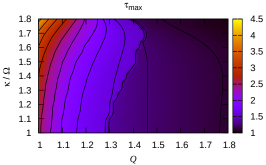
- Q **がある程度大きい場合** $\tilde{t}_{\max} \simeq 1.1$ **より、**

$$\tan\theta_{\max} \simeq \frac{\kappa}{A \times 6.9}.$$

となる。

シミュレーションにおける Q 値





シミュレーションでの Q 値の進化　　**最大増幅される時間**

- **どの場合でもすぐに** Q **値は** 1.5 **程度かそれより大きくなる。**
- $Q > 1.5$ **より** $\tilde{t}_{\max} \simeq 1.1$

$\Longrightarrow$

$$\tan\theta_{\max} \simeq \frac{\kappa}{A \times 6.9}.$$

まとめ

- ローカル近似によるスパイラル形成のシミュレーション
- 観測の結果に近いシアレイトーピッチ角関係を得た
- シミュレーションでは、高精度のピッチ角が得られたので、より詳しい関数でフィッティングを行うことができた：

$$\tan\theta \simeq \frac{1}{7}\frac{\kappa}{A} = \frac{1}{7}\frac{\kappa}{S\Omega}$$

- 依存性は、Julian and Toomre (1966) によるスイング増幅の線形解析からも係数も含めてよく説明される

今後の課題

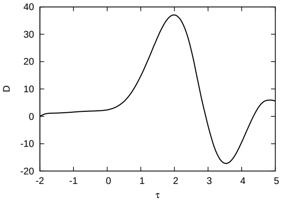
- スイング増幅を維持するには、リーディング波が定常的に形成されることが必要。どのようにリーディング波が形成されるか
- 粒子と腕とどのように相互作用しているか
- ローカル計算でどこまで説明できるか？

ピッチ角の導出の概要

密度振幅 D の時間進化の方程式

$$D(\tilde{t}) = \int_{\tilde{t}_\mathrm{i}}^{\tilde{t}} K(\tilde{t}', \tilde{t}; \tilde{k}_y, Q, \kappa)(D_\mathrm{imp} + D(\tilde{t}'))\mathrm{d}\tilde{t}',$$

Julian and Toomre 1966



密度振幅がピークになる角度を解析

$$\tan\theta \simeq \frac{1}{6.9}\frac{\kappa}{A}$$

⇒ **シミュレーション結果とよく一致**