

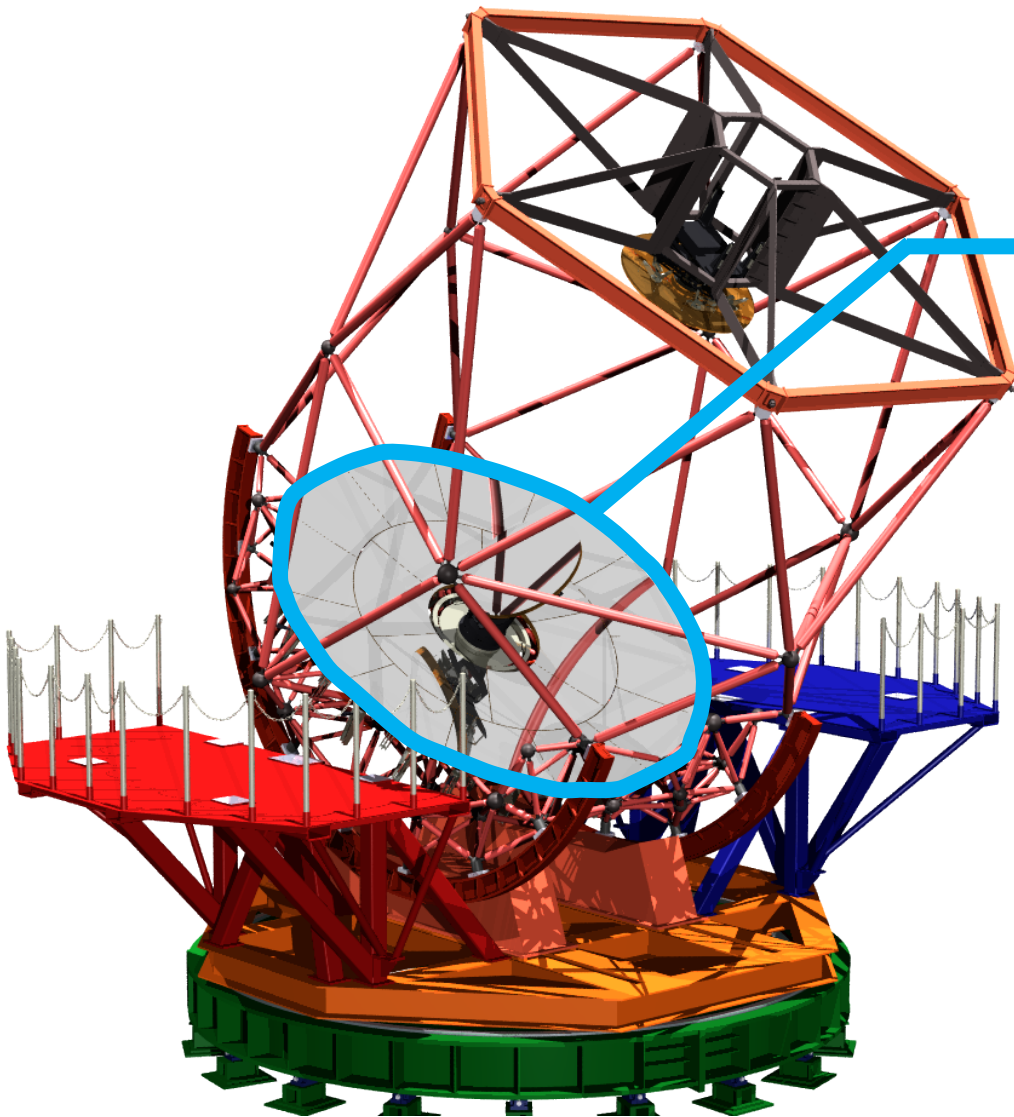
# 分割主鏡全体の相対位置制御

第45回望遠鏡および観測装置会議  
キャンパスプラザ京都

2018.01.06

木野勝（京都大学），上野幸紀（金沢大学），  
軸屋一郎（金沢大学），山田克彦（大阪大学）

# 目的



■ 分割主鏡の相対位置制御

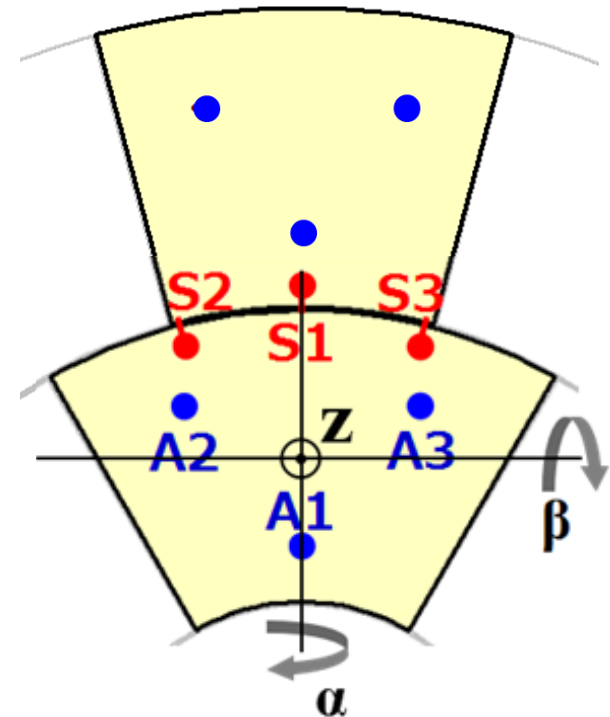
# 概要

---

- 前回の復習
- 分割主鏡全体のモデル化
- 制御則
  - 分散制御
  - 集中制御
- まとめ

# 謎の低周波振動

- 前回の復習
  - テストベッドの制御実験
  - フィードバック制御は効果有  
(相対位置誤差が減少)
  - LPFで謎の低周波振動が発生
    - 低周波 (5Hz付近)
    - $\beta$ モードに相当
- 前回の宿題
  - 低周波領域の再測定



# 再測定結果

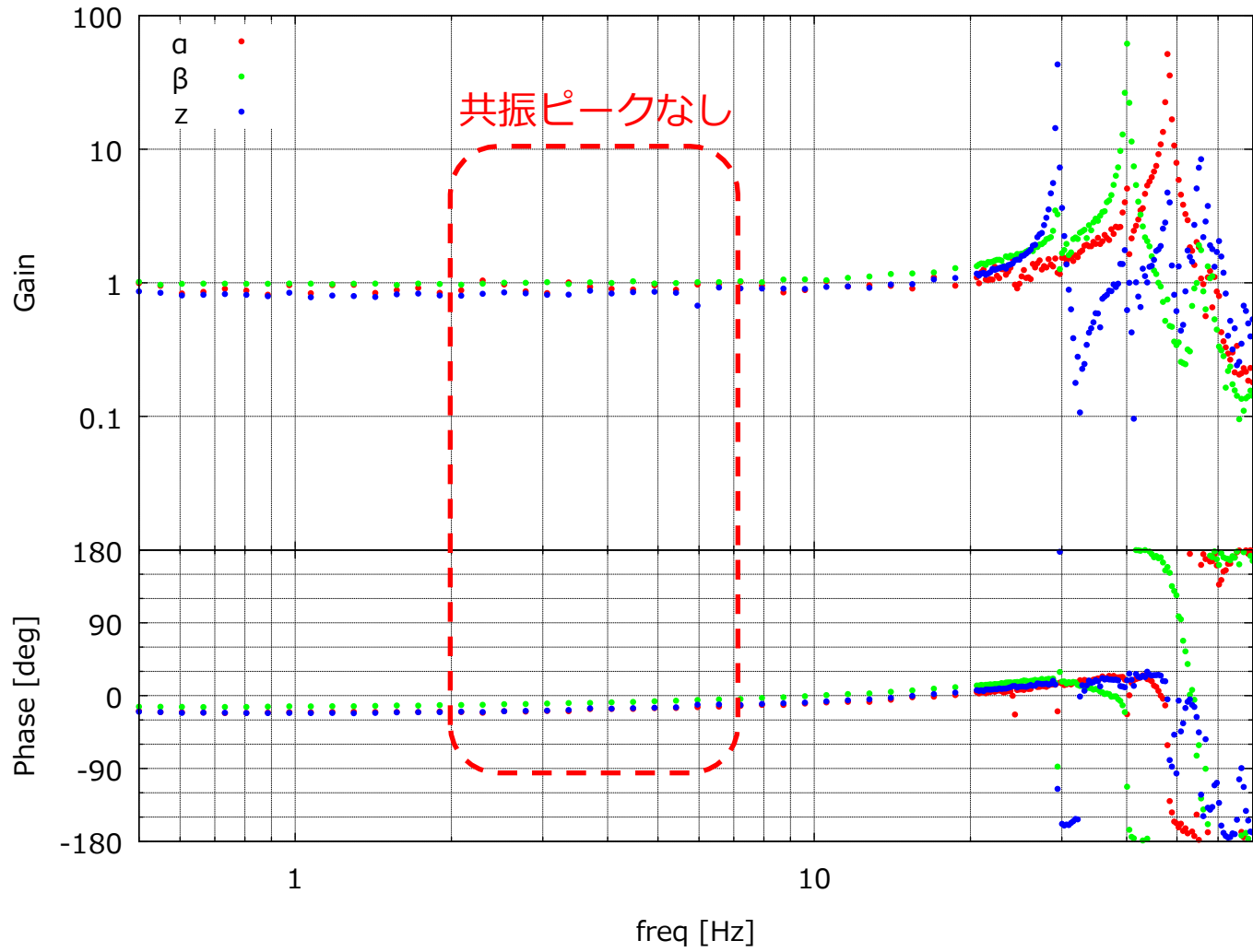


図2 半振幅  $0.1 \mu\text{m}$  相当の正弦波で各モードを駆動した場合のボード線図

# 再測定結果

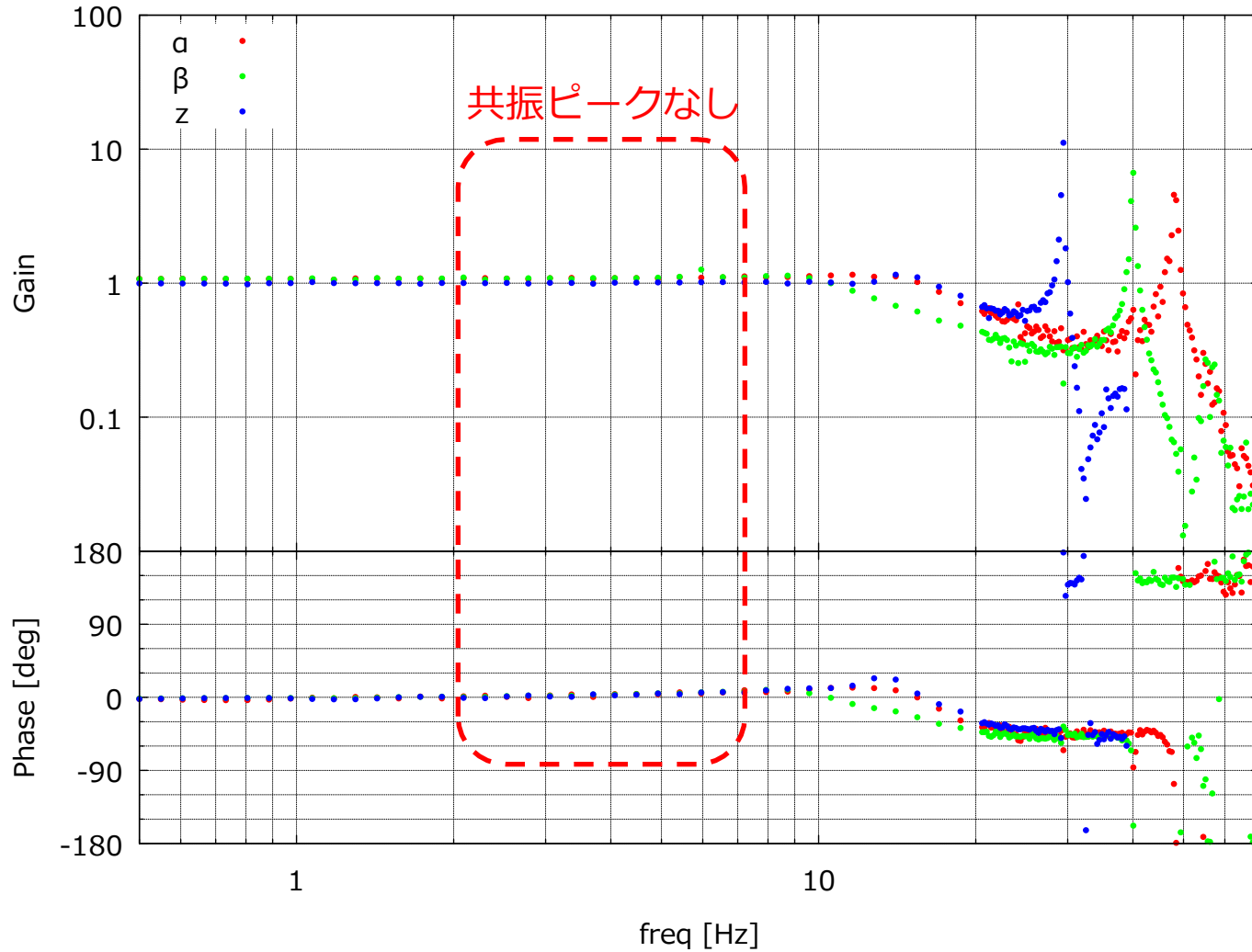


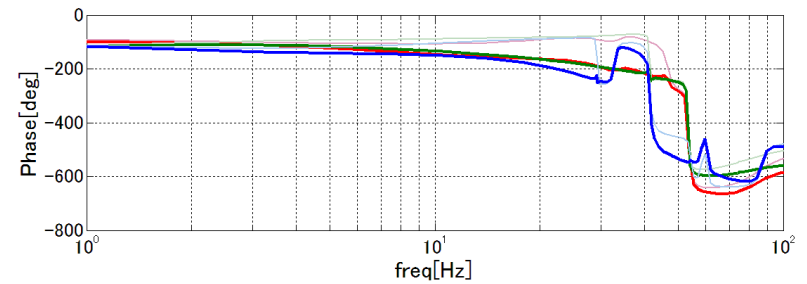
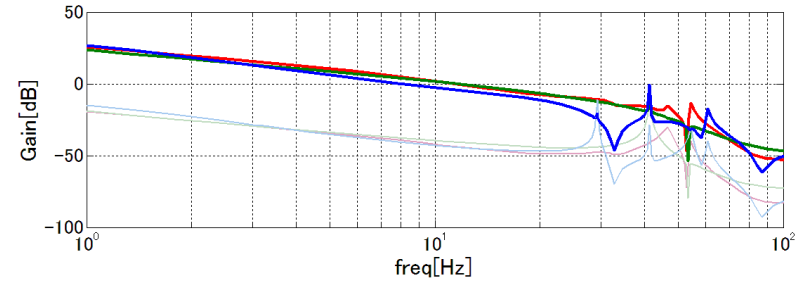
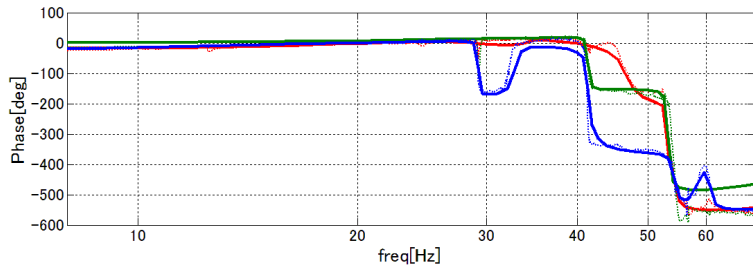
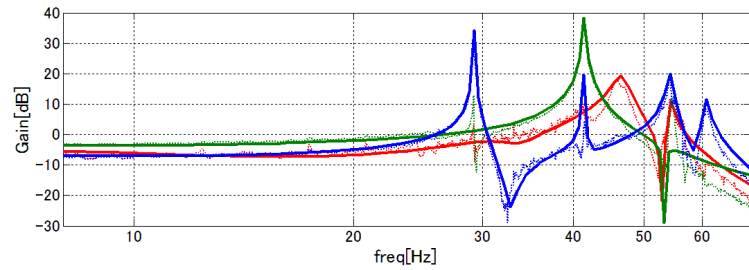
図3 半振幅  $1.0 \mu\text{m}$  相当の正弦波で各モードを駆動した場合のボード線図

# 概要

---

- 前回の復習
- 分割主鏡全体のモデル化
- 制御則
  - 分散制御
  - 集中制御
- まとめ

# これまでの着眼点



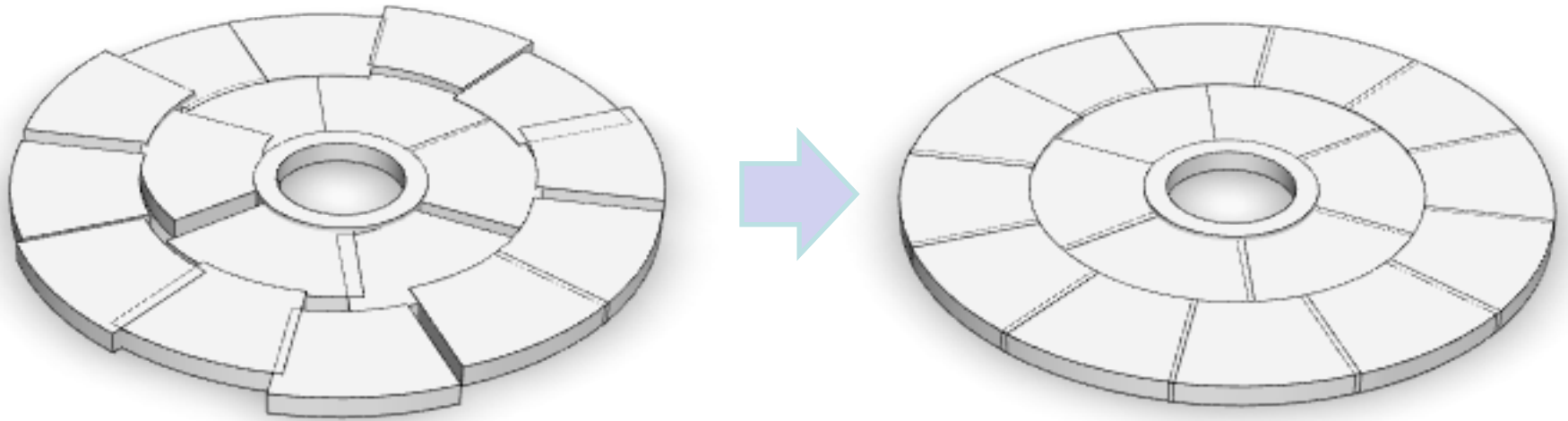
システム同定：位置入力・相対位置出力

制御系設計：速度入力・相対位置出力

テストベッドのモデル化と非干渉化制御



# 今回の着眼点



分割鏡全体のモデル化と制御？

✓ 共振ピークへの対処は後回し

# 状態空間表現（一般論）

- 入力変数  $u \in \mathbb{R}^m$ 、状態変数  $x \in \mathbb{R}^n$ 、出力変数  $y \in \mathbb{R}^p$  を導入。1 階連立微分方程式により制御対象をモデル化

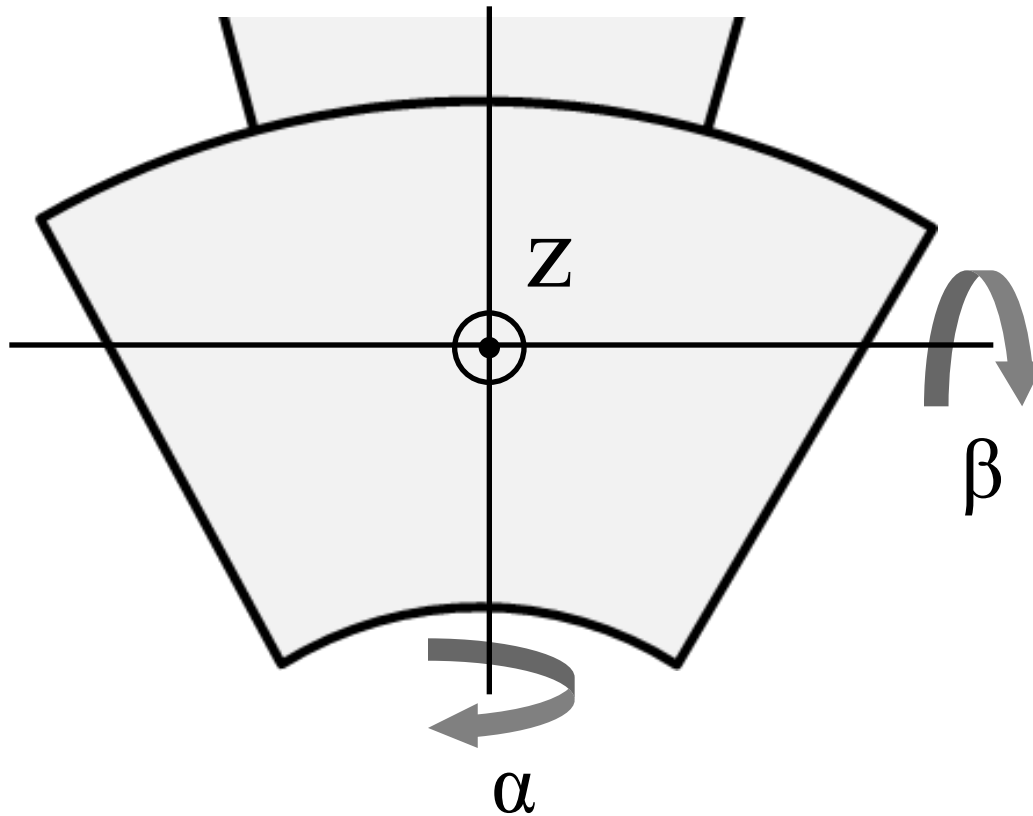
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

- 多入力多出力（通常は  $m < n$ ,  $p < n$  を想定）
- $A, B, C, D$  は適切なサイズの定数行列
- 制御則： 出力  $y(t)$  に依存して入力  $u(t)$  を決定する方策
  - 例：  $u(t) = Fy(t)$
- 疑問： 分割主鏡制御における  $A, B, C, D$  は？

# 状態変数 $x(t)$

- 各ミラー毎に $\alpha, \beta, z$ を定義
- ミラーに番号をつけて区別 :  $\alpha_i, \beta_i, z_i$  ( $i = 1, \dots, 18$ )



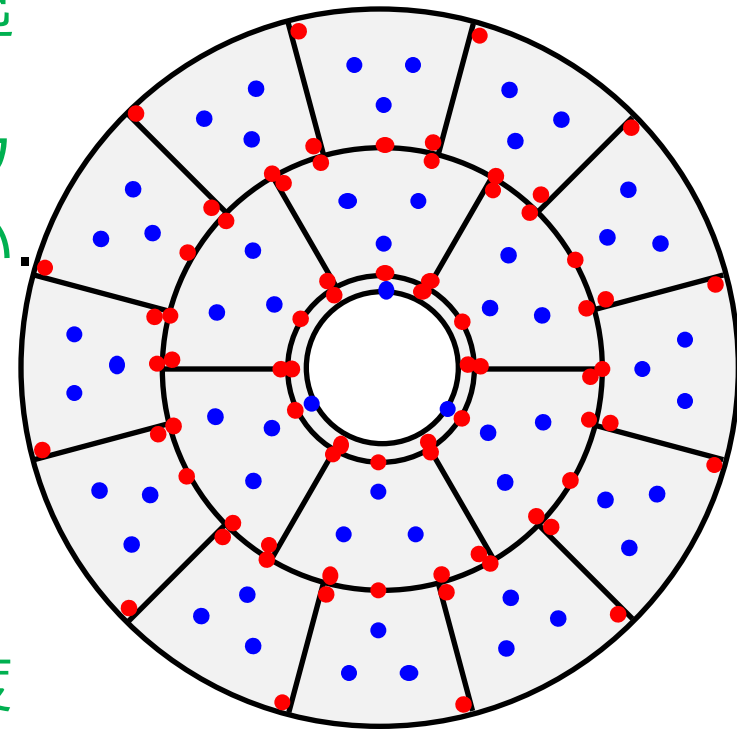
# 入力変数 $u(t)$ ・ 出力変数 $y(t)$

## ■ 入力 $u(t)$

- 速度指令値を与える。理想的に位置制御可能と想定。負荷に起因する制御誤差は想定しない。アクチュエータが載っているフレームの変形などは想定しない。
- 54個配置

## ■ 出力 $y(t)$

- 鏡の間の相対距離を理想的に計測可能と想定。計測値の温度依存性などは想定しない。
- 72個配置



● センサ

● アクチュエータ

# 入力

- 線形近似を前提として、各アクチュエータへの「実際の速度指令 $A_1, A_2, A_3$ 」と「 $\alpha, \beta, z$ に関する仮想的な速度指令 $v_\alpha, v_\beta, v_z$ 」は座標変換により同一視可能と考える。  
 $v_\alpha, v_\beta, v_z$ を入力とみなす

- 各ミラー毎に「位置と速度の関係式」を連立すると

$$\dot{\alpha}(t) = v_\alpha(t)$$

$$\dot{\beta}(t) = v_\beta(t)$$

$$\dot{z}(t) = v_z(t)$$

- 関係式を連立させて「 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ 」を導出。  
 $x(t)$ はすべてミラーの $\alpha, \beta, z$ から構成される54次元ベクトル。結局、「 $A = 0, B = I$ 」となる。 $I$ は単位行列

# 出力

- 二枚のミラー( $m_1, m_2$ )を考える. 相対位置を表すセンサ出力( $S_{m_1 \cdot m_2}$ )は絶対位置( $\alpha_{m_1}, \beta_{m_1}, z_{m_1}, \alpha_{m_2}, \beta_{m_2}, z_{m_2}$ )を用いて表現可能
- 動作点近傍で線形化.  $S_{m_1 \cdot m_2}$ を  $\alpha_{m_1}, \beta_{m_1}, z_{m_1}, \alpha_{m_2}, \beta_{m_2}, z_{m_2}$ の線形和として表現可能
- 線形化式を連立させて「 $y(t) = Cx(t) + Du(t)$ 」を導出.  $y(t)$ は全てのミラーのセンサ出力 $S_{m_1 \cdot m_2}$ から構成される72次元ベクトル. 行列 $C$ は幾何学的パラメータで表現可能, 「 $D = 0$ 」となる.

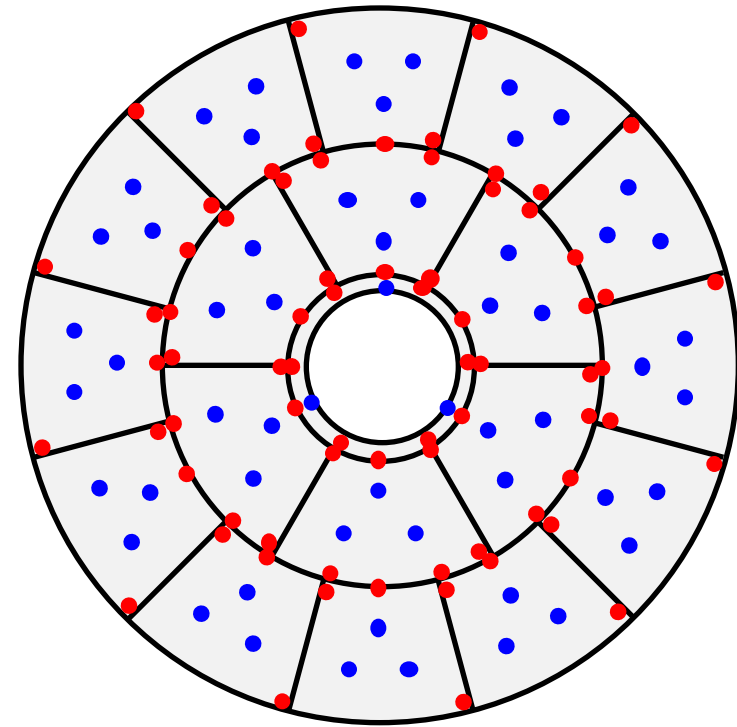
# 概要

---

- 前回の復習
- 分割主鏡全体のモデル化
- 制御則
  - 分散制御
  - 集中制御
- まとめ

# 問題設定

- 難点： 相対位置情報だけ用いて全てのミラーの絶対位置制御は不可能
- 制御の考え方： 内側リングを基準として理想鏡面形状を保つ
- 問題設定： 平板へ収束させる制御問題を考慮
  - つまり、すべてのミラーの  $\alpha, \beta, z$  を初期値によらず  $\alpha = 0, \beta = 0, z = 0$  へ収束させることを目的とする



● センサ

● アクチュエータ



# 定数出力フィードバック制御（一般論）

- 制御対象

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t)$$

- 定数出力フィードバック制御

$$u(t) = Fy(t)$$

- $F$ は適切な次元を持つ定数行列

- 閉ループシステム

$$\dot{x}(t) = (A + BFC)x(t)$$

- $(A + BFC)$ がフルビッツ安定（全ての固有値の実部が負）であることと閉ループシステムは漸近安定（任意の初期値に対して0に収束する）であることは等価

# 分割主鏡の定数出力フィードバック制御

- ミラー 1 の制御則

- 特徴： ミラー近傍の相対位置のみに依存

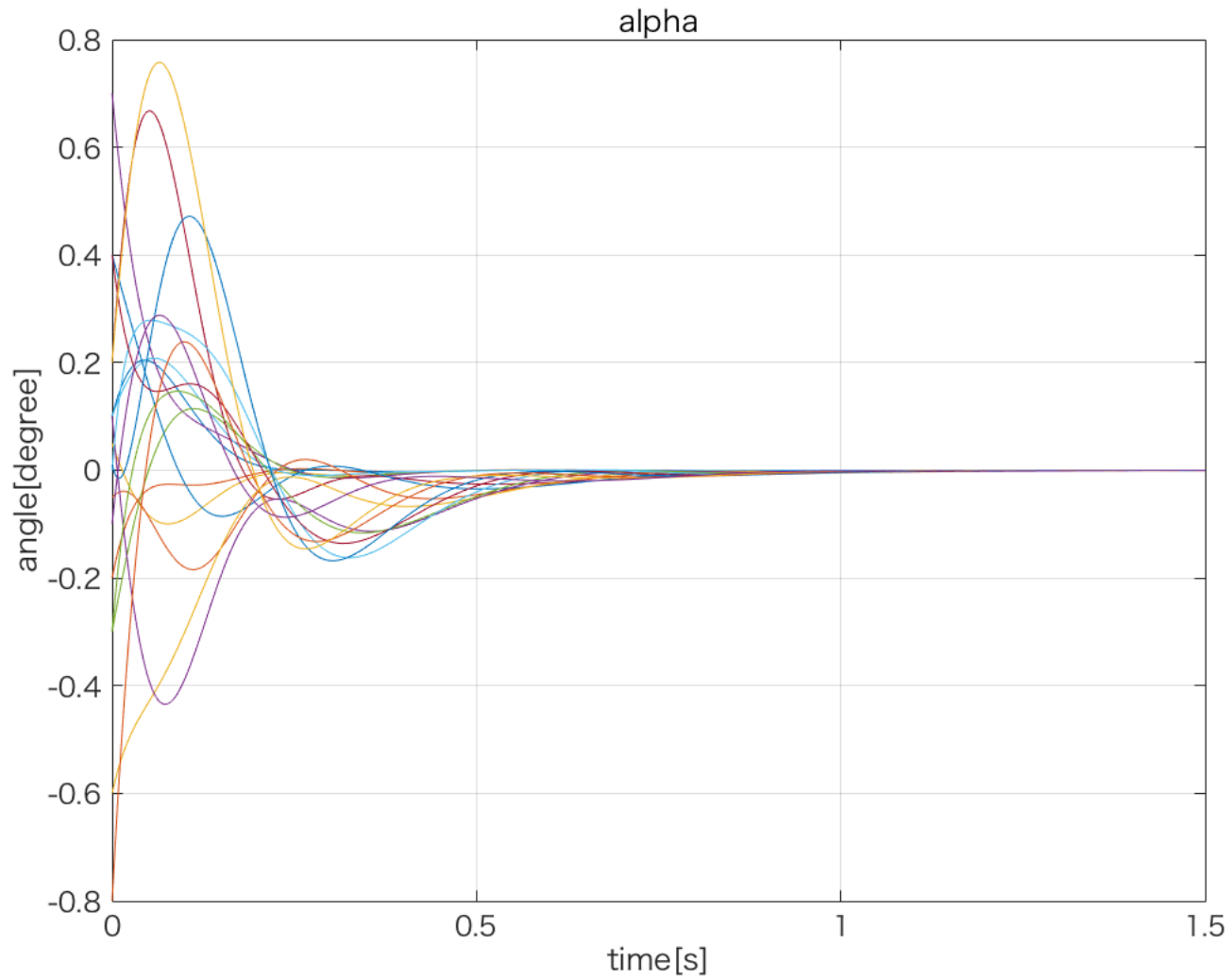
$$\dot{\alpha}(t) = -K_{\alpha} \frac{S_{a2} + S_{a1}}{n_1}$$

$$\dot{\beta}(t) = -K_{\beta} \frac{S_{b2} + S_{b1}}{l}$$

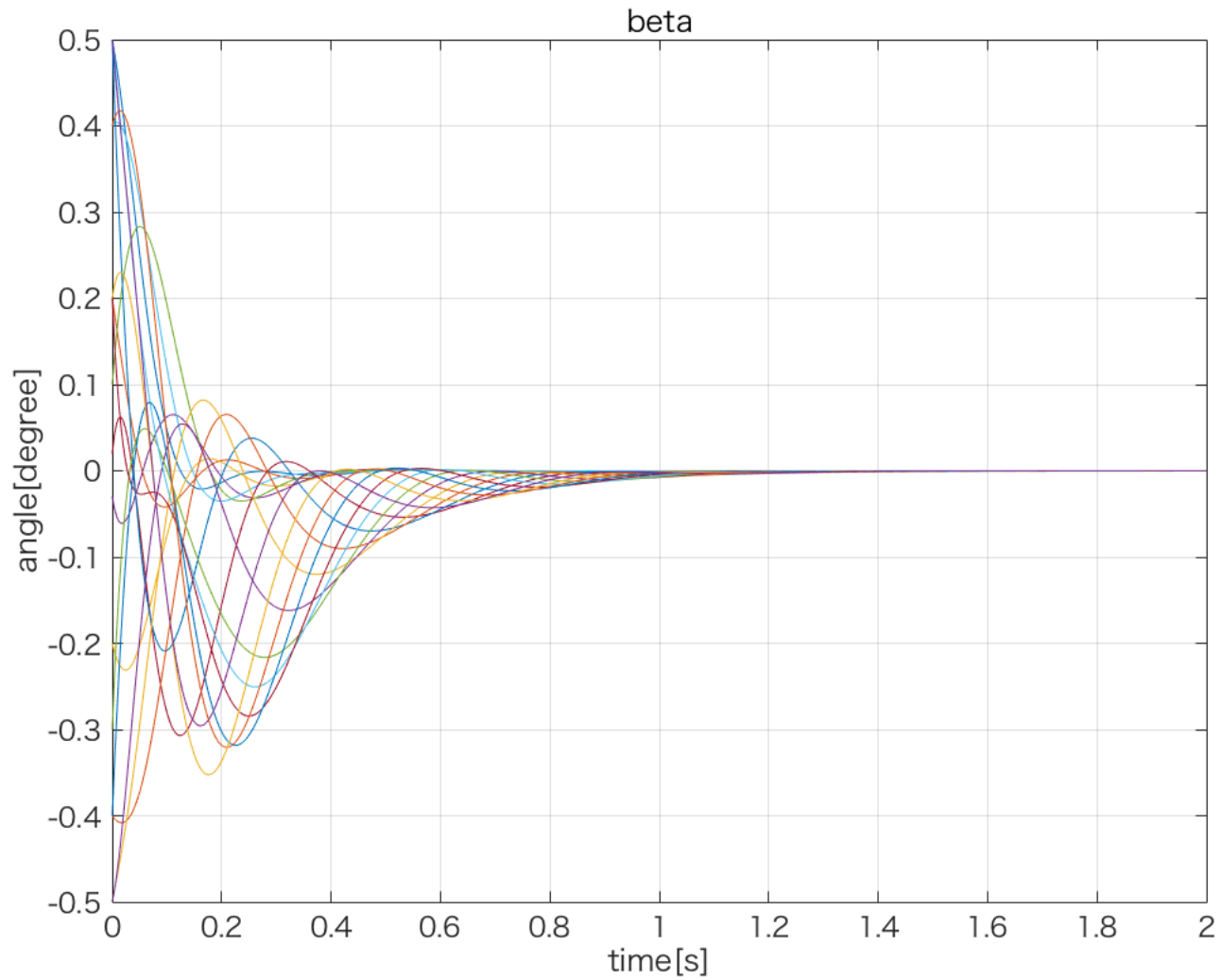
$$\dot{z}(t) = -K_z \cdot (-S_{a1})$$

- 分散制御則： 関係式を並べると「 $u(t) = Fy(t)$ 」が得られる。  $F$ は零と非零からなるブロック構造を持つ

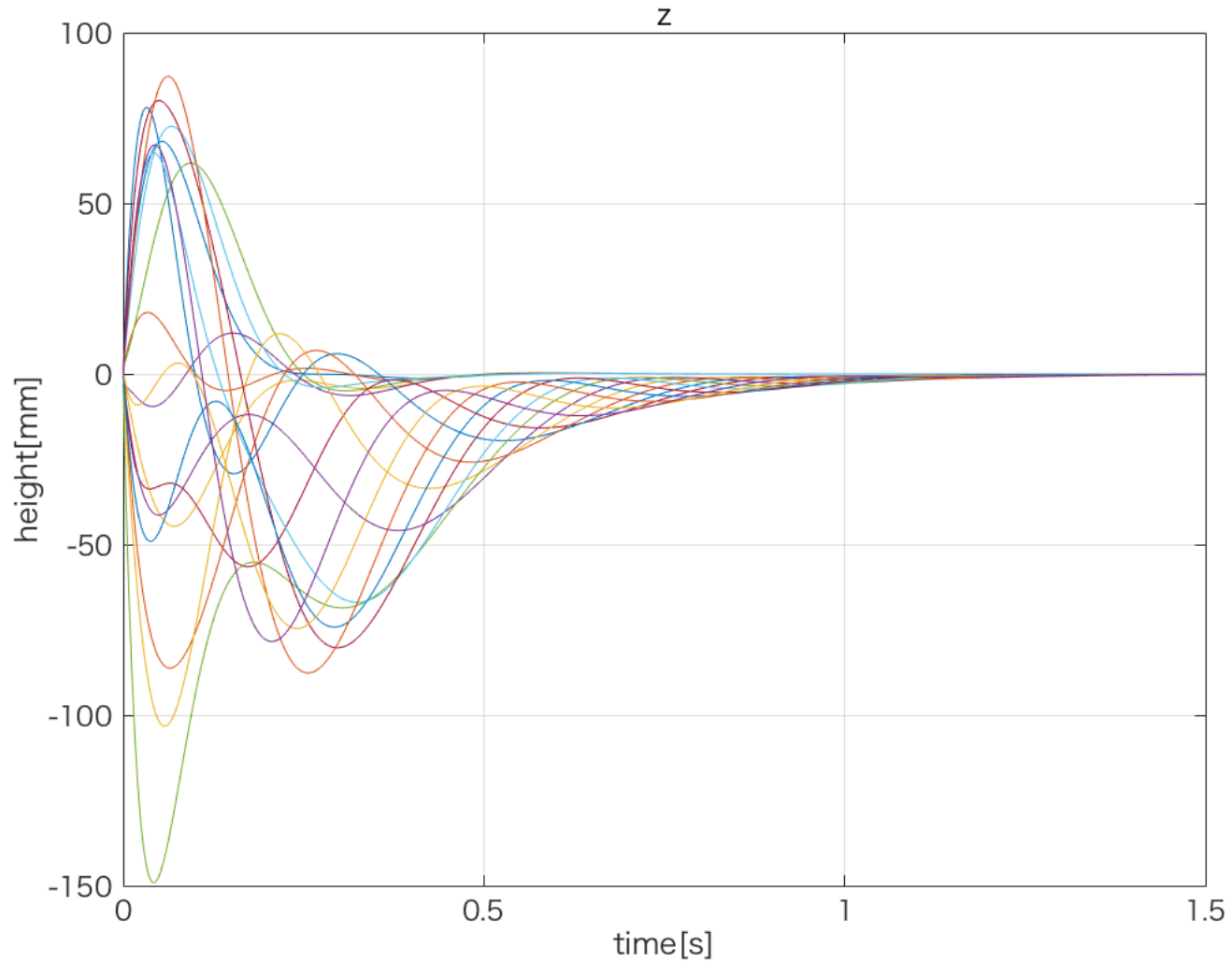
# シミュレーション結果（分散制御）



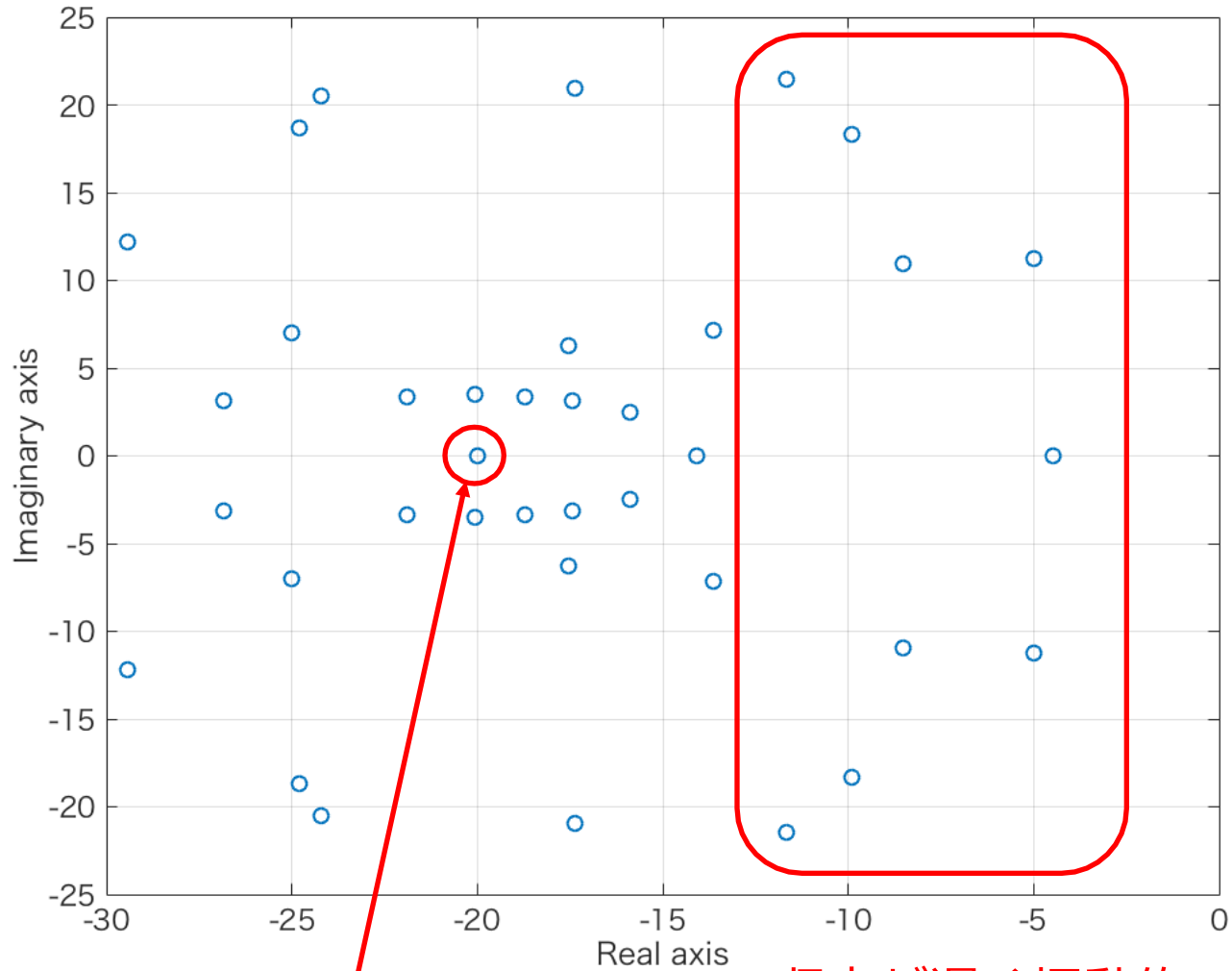
# シミュレーション結果（分散制御）



# シミュレーション結果（分散制御）



# 極配置 (分散制御)



複数極が重複

収束が遅く振動的

# 概要

---

- 前回の復習
- 分割主鏡全体のモデル化
- 制御則
  - 分散制御
  - 集中制御
- まとめ

# 集中制御

- 通常の制御対象では行列 $C$ は横長行列
- 分割主鏡では行列 $C$ は縦長行列であり、列フルランク
  - 出力から状態を再構成可能

- この特殊構造を生かし $F$ を以下に設定

$$F = -k(C^T C)^{-1} C^T$$

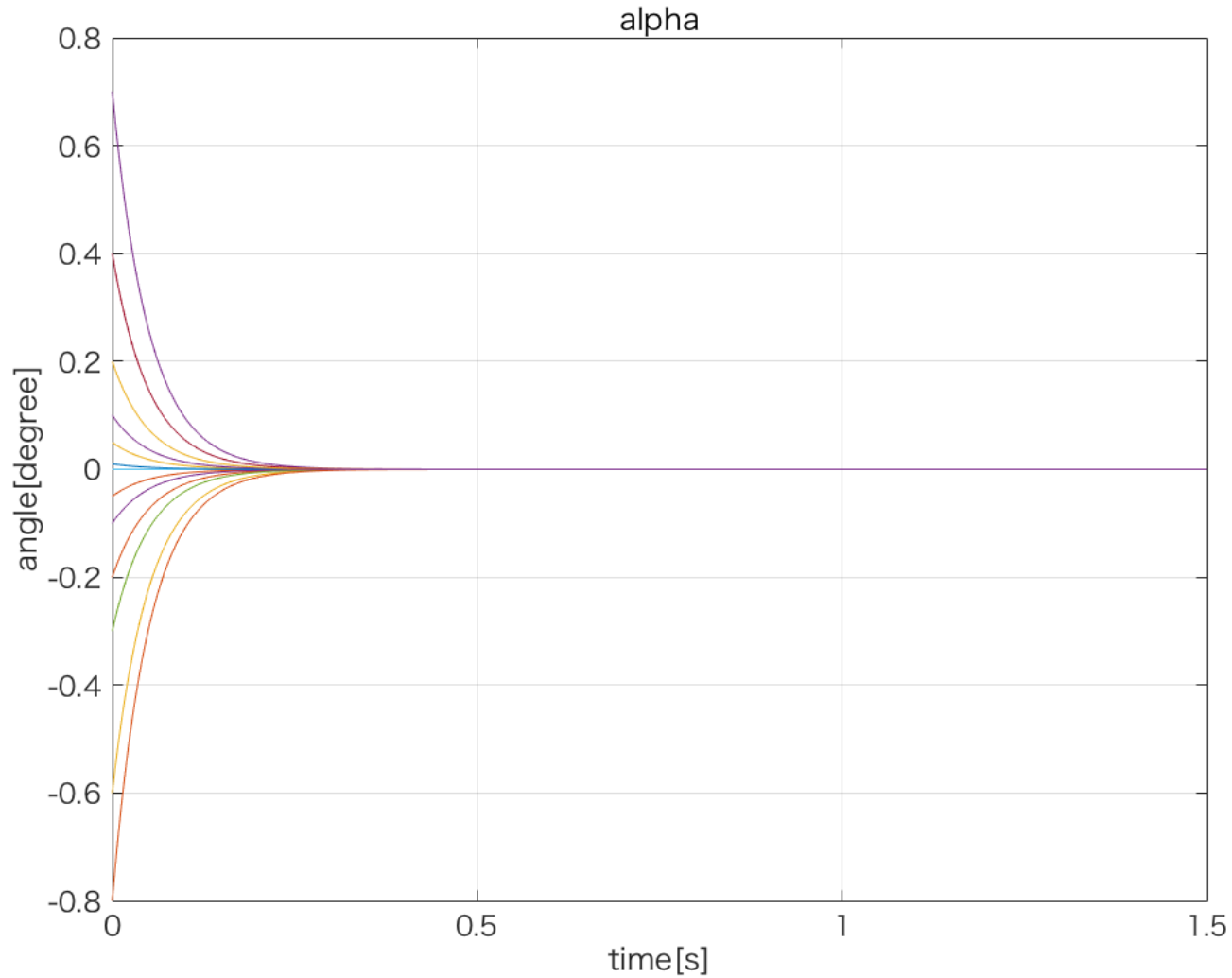
- $C^T$ は $C$ の転置を表す
- $k$ はスカラ定数（ゲイン大なら収束が早くなる）

- 閉ループシステム

$$\dot{x}(t) = FCx(t) = -kx(t)$$

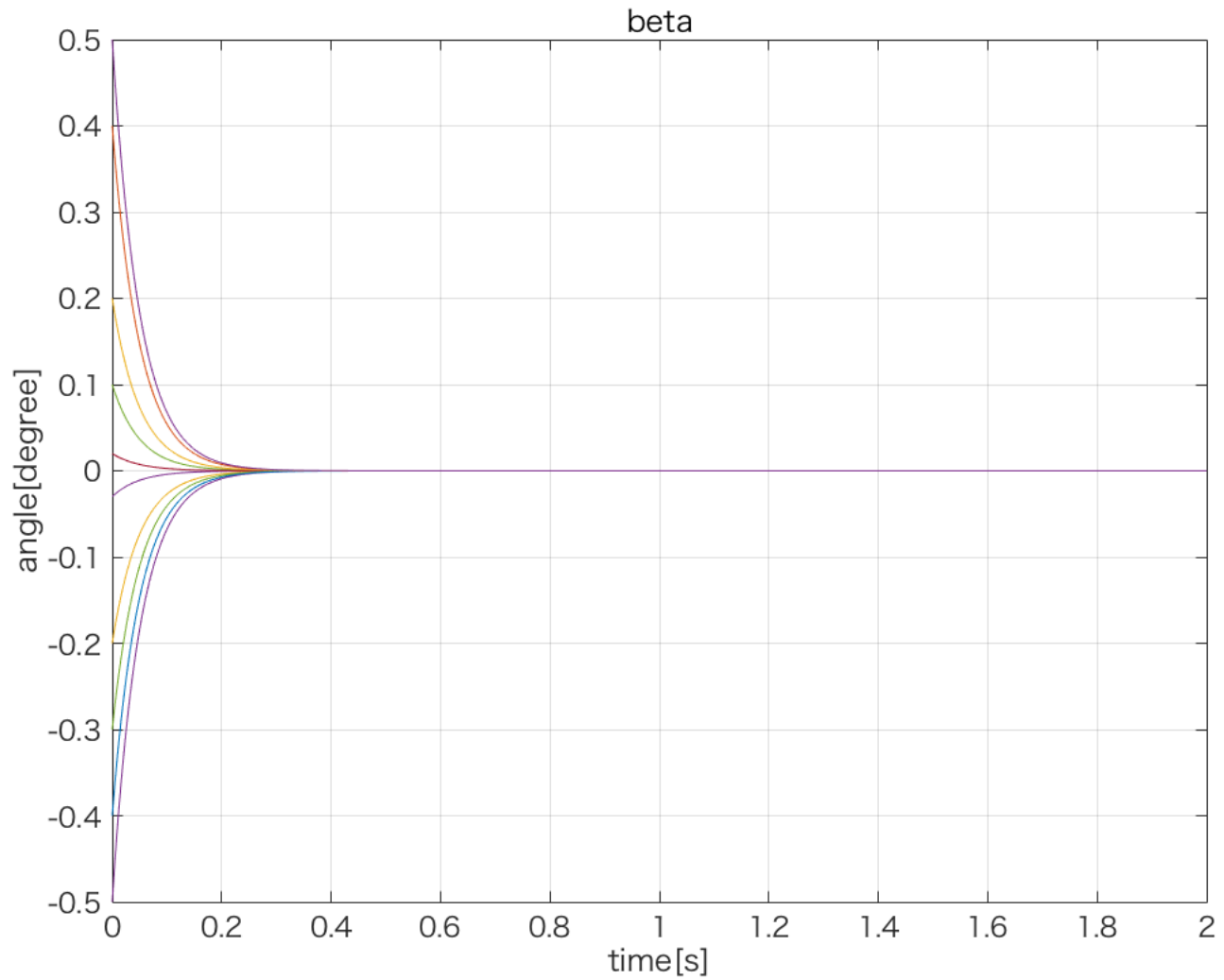


# シミュレーション結果（集中制御）

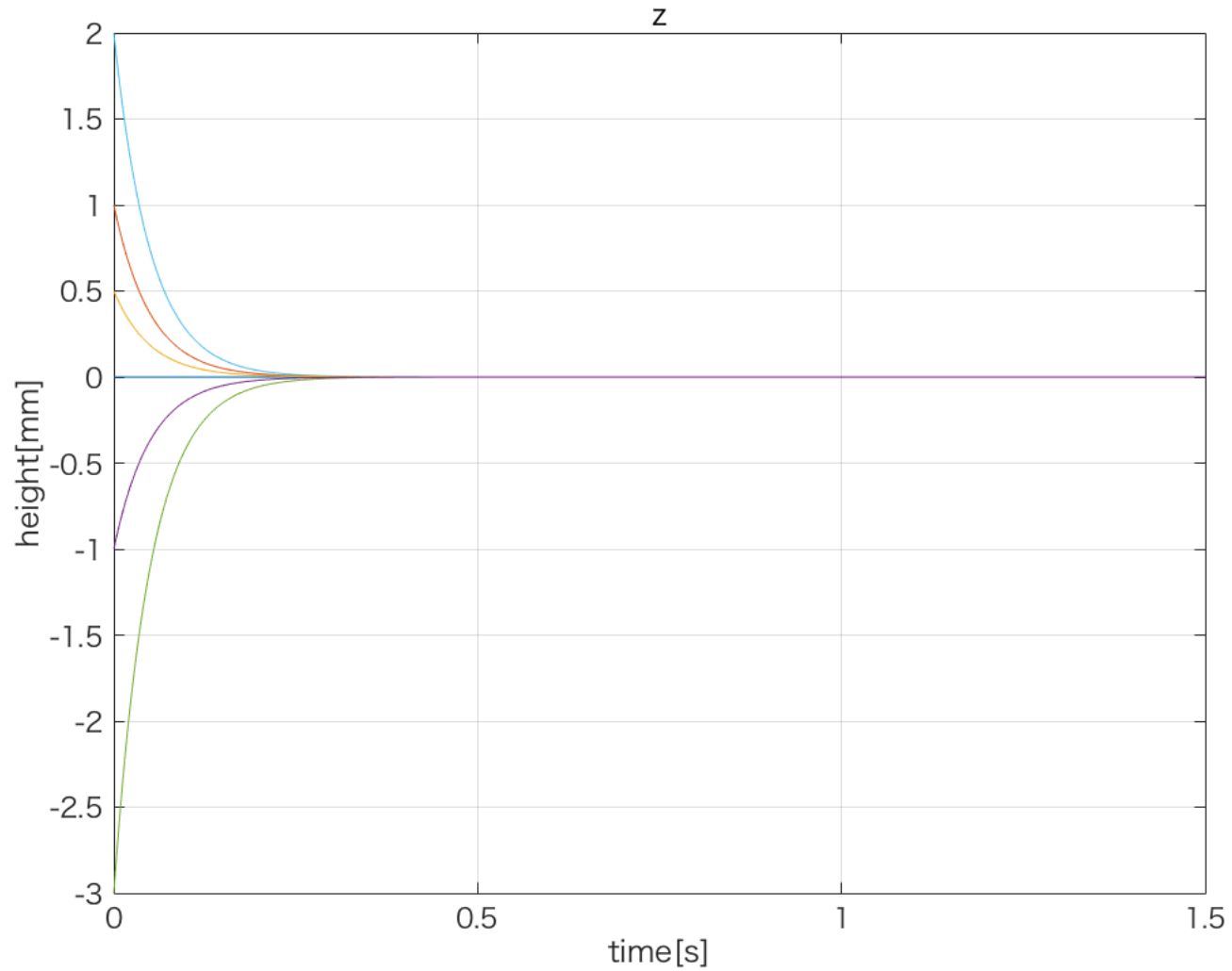


極をすべて-20に配置

# シミュレーション結果（集中制御）



# シミュレーション結果（集中制御）



# 概要

---

- 前回の復習
- 分割主鏡全体のモデル化
- 制御則
  - 分散制御
  - 集中制御
- まとめ

# まとめ

- 分割主鏡全体の制御モデルを考えた
  - 変数（入力、状態、出力）を明示することが大事
  - 微分・積分の関係を明示することが大事
  - モデル化の前提条件を明示することが大事
- 分散制御
  - ゲインの意味を解釈し易い制御則を意図した
  - ミラー近傍の相対位置情報のみを用いても全体の相対位置制御は可能
  - ミラー間を波面が伝播してしまうのは、イマイチ
- 集中制御
  - 実は、これまでの非干渉化制御と同等

# 今後の方策

- 分割主鏡全体の制御
  - 非干渉化制御（集中制御）が本線
    - 取り付けの精度に依存してして行列 $C$ に誤差が乗る
    - 行列 $C$ がどれだけ精度よく求まるか、また運用中に一定であるか、が実現可能性の鍵
  - バックアッププラン（分散制御）が今回の報告内容
- 分割鏡実機の立ち上げテスト
  - まずは「内周セグメント鏡二枚と外周セグメント鏡一枚による立ち上げテスト」のための初期検討