

2003年度

京都大学 大学院理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻
宇宙物理学・天文学分野
修士課程

筆答試問 問題



(200 点)

[時間 2 時間 30 分]

- 注意
1. 問題冊子は6頁である。
 2. 問題Ⅰ、Ⅱ、Ⅲのうちから、2問題を選択して解答せよ。
 3. 解答は問題毎に別紙に作成すること。
 4. 答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
 5. 問題用紙は持ち帰ること。

I

天体のスペクトルを観測する時には、反射型回折格子(以下では、単に回折格子という)を用いた分光器がよく利用される。この回折格子について考えてみよう。

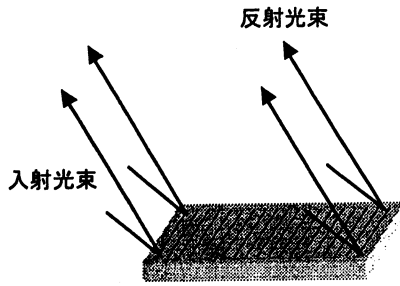


図 1

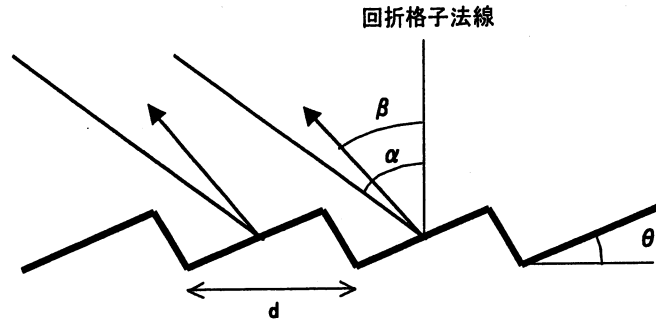


図 2

回折格子は、図 1 のように、ガラス板に等しい幅を持つ多くの細い溝を等間隔に並べたものである。この回折格子に平行光束をあてると、おのおのの溝から光が反射されてくる。この反射光は、細いスリットを通過する平行光束の場合と同様に、回折により角度広がりをもったものとなる。各溝からの反射回折光が互いに干渉し、その結果、平行光束は波長によって異なる角度で反射される。このことを利用して分光スペクトルが観測されている。回折格子の断面を拡大すると、図2に示すように、溝はノコギリ歯状になっており、反射率を高めるため面は鏡のようにメッキされている。図で示すように、溝の傾斜角は θ 、溝の間隔は d とする。また、波長 λ の平行光束が、回折格子法線に対して角度 α で入射し、回折光は角度 β の方向に反射するものとする。

- 問1. 隣り合う溝から反射される回折光の光路差は、 $d(\sin \alpha + \sin \beta)$ となることを示せ。
- 問2. すべての溝から反射される回折光の干渉を考慮すると、回折格子から角度 β 方向に反射してくるのは、すべての回折光が互いに強めあう波長の場合のみである。この波長は、 $m\lambda = d(\sin \alpha + \sin \beta)$ を満たすものであることを示せ。ここで、 m は正の整数で、回折スペクトルの次数とよばれるものである。
- 問3. α 、 m 、 d があたえられたとき、波長 λ の回折スペクトル光の強さは、溝の傾斜角 θ によって大きく変化する。回折スペクトル光がもっとも強くなるのは、 $\theta = (\alpha + \beta)/2$ のときであることを示せ。
- 問4. α が一定のとき、反射角 β に対する回折波長 λ の依存性を回折スペクトルの分散度といい、 $\partial\beta/\partial\lambda$ で定義される。分散度を、 m 、 d 、 β を用いてあらわせ。

問5. 回折格子スペクトルの分解能を考えよう。これは、回折格子でスペクトルを観測する場合、どの程度接近した波長の光を区別できるかという回折格子の性能である。図3のように、幅 A で回折格子から反射する平行光束は、幅 λ/A の角度広がりをもって伝播する。従って、光の伝播方向の角度差が、この角度広がり以下のものは区別できない。区別可能な角度差に対応する波長差を $\delta\lambda$ としたとき、回折格子の分解能は、 $\lambda/\delta\lambda$ で与えられる。 $\lambda/\delta\lambda = mN$ となることを示せ。ここで、 N は回折格子の溝の総本数である。

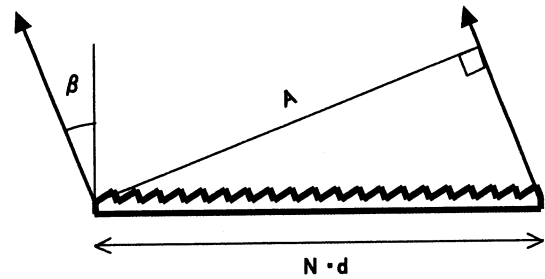


図3

問6. 回折格子を用いて撮影された太陽表面の高分散スペクトルの例について考えよう。図4(a)には、太陽黒点の直接像を示す。図の黒い線分 AB は、分光器スリットの位置であり、このスリット上の各点のスペクトルが図4(b)に示されている。図4(b)で横方向は波長を示し、縦方向はスリット上の位置を示す。縦方向の黒い線が吸収線に対応する。中央の吸収線が、ゼーマン効果により波長分離が見られる $\text{FeI}6302.5 \text{ \AA}$ 線である。両脇の細い吸収線は、地球大気によるものである。スリット上に黒点がある場所では連続光強度が小さく、そのため横縞模様が見えている。また、図4(c)は、太陽平穏領域に分光器スリットを位置付けたときのスペクトルであり、その波長域は、(b)と同様である。スリット方向の場所によって連続光強度が異なり、この図でも横縞模様が見えている。このスペクトル像では、 $\text{FeI}6302.5 \text{ \AA}$ 線の中心波長も場所によって異なっている。これらのスペクトルから黒点および平穏領域について、どのような物理量を導きだすことができるか簡単に述べよ。

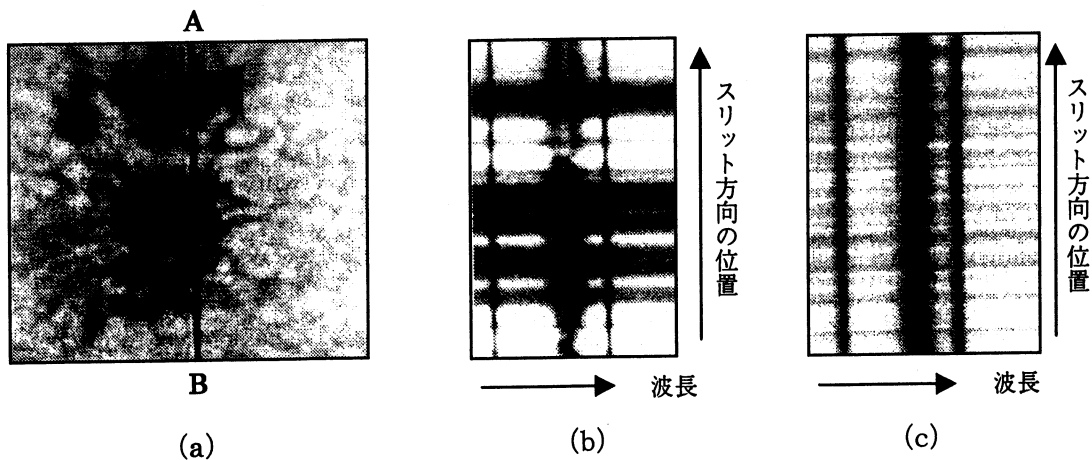


図4

II

白色矮星、中性子星、ブラックホールのようなコンパクト天体(質量に比べて大きさの非常に小さい高密度天体)に、例えば別の星から角運動量を持ったガスが降り注ぐと、コンパクト天体のまわりに降着円盤と呼ばれるガス円盤が形成される。この円盤の構造について考察する。

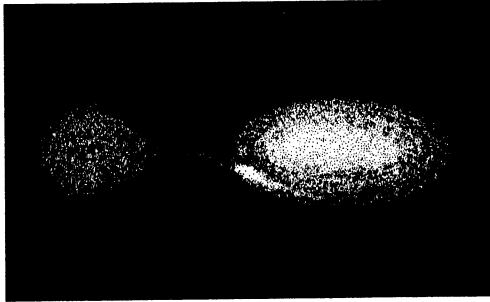


図1 降着円盤を含む連星の想像図
右が降着円盤で中心にコンパクト天体がある。左の星からガスが降り注いでいる。

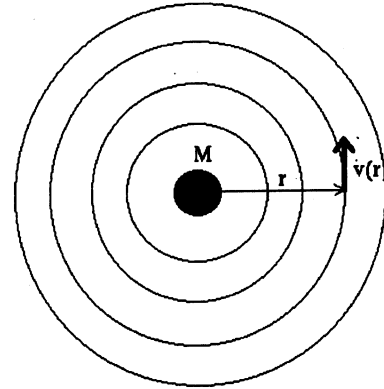


図2 降着円盤の概念図(回転軸から見た図)

なお、ガス円盤中のガスは平面上にのみ存在し、厚みは無視できるものとする。ガスの運動は近似的に円運動であるとする。相対論的効果は考慮しない。

円盤からの放射は黒体放射で表されるものとする。黒体の単位面積あたり単位時間あたりの全波長で積分された放射量は、黒体の温度を T として T^4 に比例することを利用してよい。

万有引力定数は G とせよ。

問1 Kepler 円運動における重力と遠心力の釣り合いの式を示し、質量 M の中心天体から距離 r の点におけるガスの運動速度 $v(r)$ を求めよ。

問2 問1の結果は、ガスの運動速度が r によって異なることを示している。半径 r の領域と、そこからわずかに離れた半径 $r + dr$ の領域のガスには速度差が存在するため、ガスに粘性があれば摩擦が働くことになる。この摩擦を考慮した場合、半径 r のガスと半径 $r + dr$ のガスに働く摩擦力はそれぞれの半径のガスに対してどちらの向きに働くかを説明せよ。

問3 問2で示したような摩擦力が働く結果、半径 r のガスと半径 $r + dr$ のガスの間で角運動量の輸送が起きる。この輸送の向きを示し、なぜその向きに輸送が起きるかを説明せよ。

現実の降着円盤では、このような角運動量の輸送があらゆる半径において連続的に起きていると考えることができる。その結果、ガスは中心天体に徐々に落下してゆく。ここで、降着円盤の定常状態を考えてみる。定常状態においては、任意の点(たとえば半径 r)における密度、温度などの物理量は時間的に変化しない。

密度が時間的に変化しないことから、半径 $r + dr$ から半径 r へのガスの単位時間当たりの流れの量と、半径 r から半径 $r - dr$ へのガスの単位時間当たりの流れの量は等しくなくてはならない。あらゆる半径で定常状態が実現されているため、この量は r によらない定数となる。

問4 定常状態の円盤の温度が時間的に変化しないことは、ガスが半径 $r + dr$ から半径 r に移動する時の位置エネルギーの解放が、ガスの運動エネルギーの増加と外部へのエネルギー放射の和に費やされると考えることができる。この場合、位置エネルギーのうち、 $1/2$ がガスの運動エネルギーの増加に費やされることを証明せよ。

問5 問4における外部へのエネルギー放射が黒体放射によるとすると、定常状態における降着円盤の表面温度は $T(r) \propto r^\beta$ の形で書ける。 β の値を導出せよ。

問6 実際の天体においては、降着円盤を空間的に分解して観測することは難しい。しかしながら、コンパクト天体と通常の星からなる連星系で、連星の公転面(すなわち降着円盤の存在する面)をほとんど真横から見るような天体では、通常の星が降着円盤の前を横切ってゆく(食現象と呼ばれる)ことによる光度の時間変化を観測することによって、問5で導かれたような温度構造を観測的に検証することが可能である。図3はそのような観測例であるが、この観測結果からどのような情報が読み取れるかを列記し、それぞれどのように解釈できるかを図の説明を参考にして定性的に論述せよ。

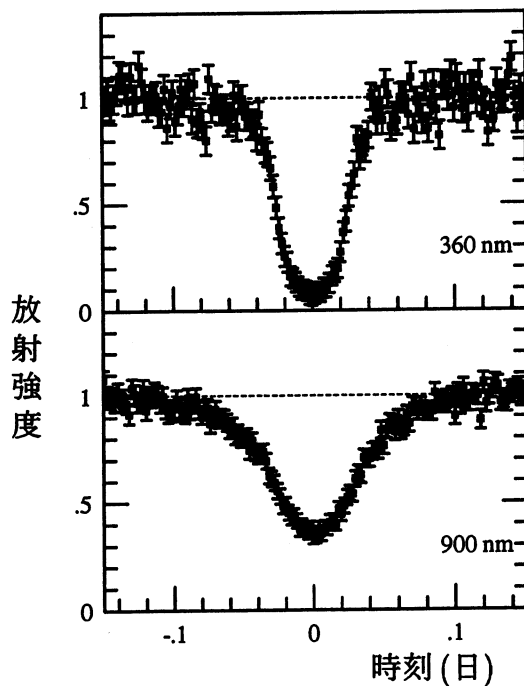


図3

[図の説明]

左の図は降着円盤の手前を星が通過した時に観測された明るさの時間変化である。横軸が時刻で、左から右に時間が経過する。上下のパネルは、それぞれ波長 360 nm, 900 nm の観測である。各パネルの縦軸は観測された放射強度の相対値で、食現象が起きていない時の平均強度を 1 に規格化してある。時刻 0 において、隠す星の中心と降着円盤の中心天体が一致する。隠す星は降着円盤に比べて十分に低温で暗く、この波長域においては放射強度は 0 とみなしてよい。温度の高い黒体はより短波長の光を多く出し、黒体放射がピークになる波長は $2.90 \times 10^6 T^{-1}$ (nm) で与えられる。

宇宙論的な距離にある遠方天体において波長 λ_1 で放射された光は、現在の地球にいる観測者によって λ_1 より長い波長 λ_0 で観測される。この波長のずれを赤方偏移といい、 $z = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1}$ と定義する。

現在では赤方偏移の原因は宇宙膨張であると考えられているが、この考えに至るまでには他の原因も提唱されていた。例えば、宇宙は曲率ゼロの通常の3次元空間で膨張もしていないが、遠方からやってくる光は何らかの原因でエネルギーを失い波長が長くなるという「疲れた光子」説というものがあった。

膨張宇宙説と疲れた光子説のどちらが正しいかを観測的に検証する方法の一つとして、銀河の面輝度の z 依存性を調べる Tolman test というものがある。ここで面輝度というのは、観測者側で、単位面積、単位時間、単位立体角あたりに到達するエネルギーのことである。以下 Tolman test について考えてみよう。なお、実際の銀河には渦巻き等の構造が見られるが、ここでは簡単のために、一様な面輝度をもつ円盤として見えているものと仮定する。

- 問 1 膨張のない曲率ゼロの通常の3次元空間を考えると、光子の疲れがなければ、面輝度は距離に依存しないことを示せ。
- 問 2 赤方偏移を光子のエネルギーの減少と考える疲れた光子説では、面輝度は $1+z$ に反比例することを示せ。

次に、膨張宇宙説を考える。遠方銀河において時刻 t_1 と $t_1 + \delta t_1$ (δt_1 は微小時間) に放射された光が、現在の地球の観測者にそれぞれ、 t_0 と $t_0 + \delta t_0$ に到着したとする。このとき、

$$\frac{\delta t_0}{\delta t_1} = 1 + z$$

となる。さらに、この銀河の全光度を L (J/s) とし、現在、地球から距離 D (m) の場所にあるとしよう。

- 問 3 この場合、銀河から放射された光子は現在 $4\pi D^2$ の面に到達しているので、観測されるエネルギー流束 f (J/s/m²) は、

$$f = \frac{L}{4\pi D^2}$$

となりそうだが、実は、

$$f = \frac{L}{4\pi D^2(1+z)^2}$$

となる。その理由を示せ。

- 問 4 膨張宇宙では、上記の銀河の直径 l を見込む角度 θ は、

$$\theta = \frac{l}{D}(1+z)$$

となる。これを用いて、膨張宇宙では面輝度が $(1+z)^4$ に反比例することを示せ。

問5 以上の結果をもとに、赤方偏移の原因を観測的に検証することを考える。 z がほぼゼロのある銀河の面輝度を測定したところ、19.0等級/平方秒角であった。一方、 $z = 0.4$ の銀河では20.5等級/平方秒角であった。ここに、1平方秒角は立体角の単位で、1秒角 \times 1秒角のことである。(1秒角は1度の3600分の1。)なお、このふたつの銀河の光度、スペクトル、構造は同じとして、二つの説のどちらを支持するか議論せよ。但し、測定の精度は十分によいものとする。

注：等級は、 $-2.5 \log(\text{エネルギー流束}) + \text{定数}$ 、で与えられるとせよ。
また、 $\log 0.4 = -0.4$, $\log 1.4 = 0.15$, $\log 1.5 = 0.18$, $10^{1.5} = 31.6$ を使ってもよい。