

2001年度

京都大学 大学院理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻
宇宙物理学・天文学分野
修士課程

筆答試問 問題



(200 点)

[時間 2 時間 30 分]

- 注意
1. 問題冊子は8頁である。
 2. 問題Ⅰ、Ⅱ、Ⅲのうちから、2問題を選択して解答せよ。
 3. 解答は問題毎に別紙に作成すること。
 4. 答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
 5. 問題Ⅰ及びⅢの選択者は別紙解答用紙(問題Ⅰの選択者はグラフ用紙)にも受験番号と氏名を記入し、提出すること。
 6. 問題用紙は持ち帰ること。

I

恒星は、星間空間に存在する分子雲が自分自身の重力により収縮（重力収縮）して誕生すると考えられている。よって、星形成過程の解明には、分子雲の重力収縮の様子を観測的に明らかにすることが重要である。そこで、分子雲の示す力学的特徴を、観測事実に基づいて考察してみる。簡単のため、以下では分子雲は様々な大きさのガス塊から構成されており（図1）、そのガス塊は直径 D の球形と仮定する。

問 1 図1のガス塊は分子ガスから構成されている。その分子ガスは、大きさ δv の程度の速度で乱雑運動をしている。表1に個々のガス塊に対する δv と D の組の観測データを与える。まず δv と D の関係を調べてみる。

- (i) 表1のデータを、縦軸を δv (km s^{-1})、横軸を D (pc) として方眼紙上にプロットせよ。ただし、両軸のスケールは対数スケールとする。なお、 $1 \text{ pc} = 3.1 \times 10^{16} \text{ m}$ である。
- (ii) 次に $\delta v \propto D^p$ (p は定数) としたときのべき指数 p の大雑把な値を、(1)で行ったプロットより読みとれ。どのように p の値を求めたかも説明せよ。

以下では、計算の簡単化のため δv と D の関係式 ($p = 0.5$) を

$$\delta v = 1.0 \times \left(\frac{D}{1.0 \text{ pc}} \right)^{0.5} \text{ km s}^{-1} \quad (1)$$

とする。また、全て S I 単位系で解答せよ。

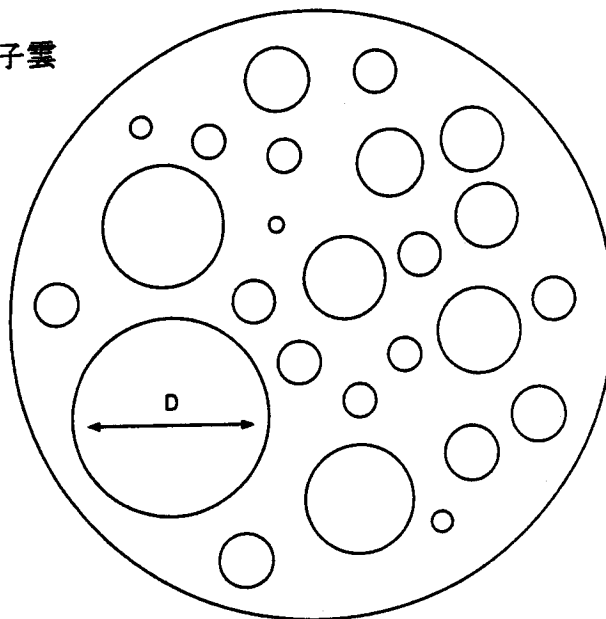
- (iii) 式(1)を用いて、 D (m) の関数としてガス塊の単位質量当りの内部運動エネルギー ($E_{\text{in}} \sim \delta v^2/2$) を概算せよ。

- (iv) $D = 0.3 \text{ pc}$ のガス塊の E_{in} を求めよ。

- (v) ガス塊の内部密度分布を $\rho(r) = 0.4 \times r^{-1} \text{ kg m}^{-3}$ (r はガス塊の中心からの距離 (単位は m)) としたとき、ガス塊の半径 $D/2$ に含まれる総質量 $M(D)$ を D (m) の関数として計算せよ。

- (vi) ガス塊の重力エネルギー ($E_{\text{gr}} \sim 2GM(D)/D$) の大きさを D (m) の関数として計算せよ。重力定数 G は $6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ である。

図1 分子雲



問 2 問1の結果から、 E_{in} と E_{gr} が同じ D 依存性をもつことが判る。このことに関して、以下の問題に答えよ。

(i) E_{in} と E_{gr} の大小関係から、ガス塊がどのように進化していくかを推測し、その理由と共に述べよ。

(ii) 式(1)で $p = 0.3$ のとき、 E_{in} の D 依存性がどの様に変化するか述べよ。

(iii) 同じく $p = 0.3$ のとき、 D の大小によりガス塊の進化の様子がどの様に変化するか述べよ。

表 1

$\log D$ (pc)	$\log \delta v$ (km s ⁻¹)
-0.55	-0.29
-0.80	-0.28
-0.72	-0.37
-0.85	-0.51
-0.80	-0.36
-0.89	-0.46
-1.22	-0.49
-1.04	-0.52
-0.77	-0.27
-0.74	-0.27
-1.15	-0.49
-1.15	-0.52
-1.52	-0.70
-1.70	-0.68
-1.30	-0.64
-1.22	-0.59

この表で、()内はそれぞれの単位を表す。

問 3 表 1 のガス塊とは異なった力学的性質を持つガス塊（以下、特異ガス塊）の存在が知られている。その力学的特徴の差について考察してみる。特異ガス塊中の一硫化炭素分子（CS）から放射された輝線の強度分布の観測を図 2 に示す。以下の問題に答えよ。

(i) 特異ガス塊の内部運動の激しさに応じて、輝線の幅がきまる（ドップラー効果）。図 2 に示した輝線の輪郭から、輝線の半値幅 (Δv (m s^{-1}); 輝線強度が最大値の半分になるところにおける全幅) を読み取ってみよ。

(ii) (1) で求めた速度の大きさを、振動数の幅 ($\Delta \nu$) に換算せよ。ただし、光速は $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ であり、観測された輝線の中心振動数は $9.8 \times 10^{10} \text{ Hz}$ である。

(iii) 特異ガス塊の E_{in} を計算せよ。ただし、 $\delta v = \Delta v/2$ とする。

(iv) 特異ガス塊も式 (1) の関係式を満たすと仮に考える。このとき、このガス塊の D を計算し、表 1 のガス塊との違いを述べよ。

(v) この特異ガス塊は 0.1 pc のサイズを持っている。この特異ガス塊が重力収縮できるかどうかについて考察し、その理由を述べよ。また、必要ならば、特異ガス塊の密度分布を $\rho(r) = 0.4 \times r^{-1} \text{ kg m}^{-3}$ とせよ。

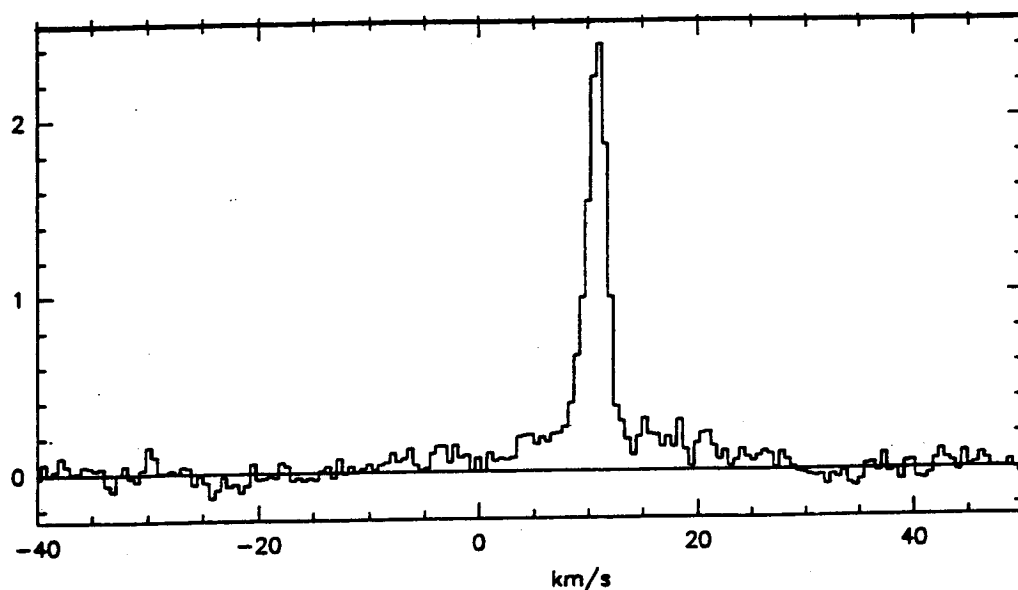


図 2

この図で、横軸は視線速度であり、縦軸は規格化された輝線強度である。

II

恒星の進化に伴う、自転速度の変化について考えてみる。恒星赤道表面での自転速度を V_e とする。図1は、観測から得られた平均の自転速度 $\langle V_e \rangle$ (km s^{-1})を主系列星(黒丸)、巨星(白丸)、超巨星(+印)別に、星の有効温度(表面温度) T_{eff} ($^{\circ}\text{K}$)の対数に対してプロットしたものである。

図2は、縦軸に太陽光度 $L_{\odot}$ を基準とした恒星の光度 $L/L_{\odot}$ の対数、横軸に有効温度 T_{eff} ($^{\circ}\text{K}$)の対数を取り、この図上での恒星の進化経路を示したものである(矢印が進化の方向)。5, 9, 15 太陽質量($M_{\odot}$)の大質量星に対しては主系列星から巨星、超巨星へと進化する経路を示してある。また、観測される主系列星、巨星、超巨星の図中における分布の平均的な位置も示してある。小質量星($1.0, 1.25, 1.5 M_{\odot}$)に対しては、星が誕生後、主系列星に向かう進化経路(前主系列)を示してある。

恒星の光度と有効温度の間には、恒星半径を R として、 $L = 4\pi R^2 T_{\text{eff}}^4$ の関係があるので、現在の太陽に対する値を $\odot$ で表わすことにすれば、

$$\log L/L_{\odot} = 2 \log R/R_{\odot} + 4 \log T_{\text{eff}} - 15.05 \quad (1)$$

と書ける。ここで、 $\log T_{\text{eff}, \odot} = 3.762$ を用いた。

図1から高温星では、主系列星、巨星、超巨星の順に自転速度が小さくなっていることがわかる。恒星の全角運動量を保存しながら主系列から進化していくと仮定してこの観測事実を説明できるかどうか考えてみよう。

この場合、進化につれて、恒星半径、内部の密度分布が変化するが、

- a) 恒星内部で角運動量の移動がない場合と、
 - b) 恒星内部で角運動量を再配分した結果、剛体回転している場合
- が考えられる。

問 1 恒星内部で角運動量の移動がない、即ち、各体積要素が角運動量を保存する場合、恒星半径 R と自転速度 V_e の間にはどのような関係が成り立つか、式で示せ。(赤道面で考えよ。)

問 2 剛体回転を仮定したとき、恒星の全角運動量 J は密度分布を $\rho(r)$ (r :恒星中心からの距離)として、

$$J = \frac{8\pi V_e}{3R} \int_0^R r^4 \rho(r) dr \quad (2)$$

と表されることを示せ。

剛体回転の場合、進化にともなう自転速度 V_e の変化を知るためには、恒星内部の密度分布の変化を知る必要があることが、(2) 式からわかる。主系列からの進化においては、a) の恒星内部で角運動量の移動がない場合に比べて、b) の剛体回転の場合は 2 倍程度大きい自転速度になることが計算により確かめられている。

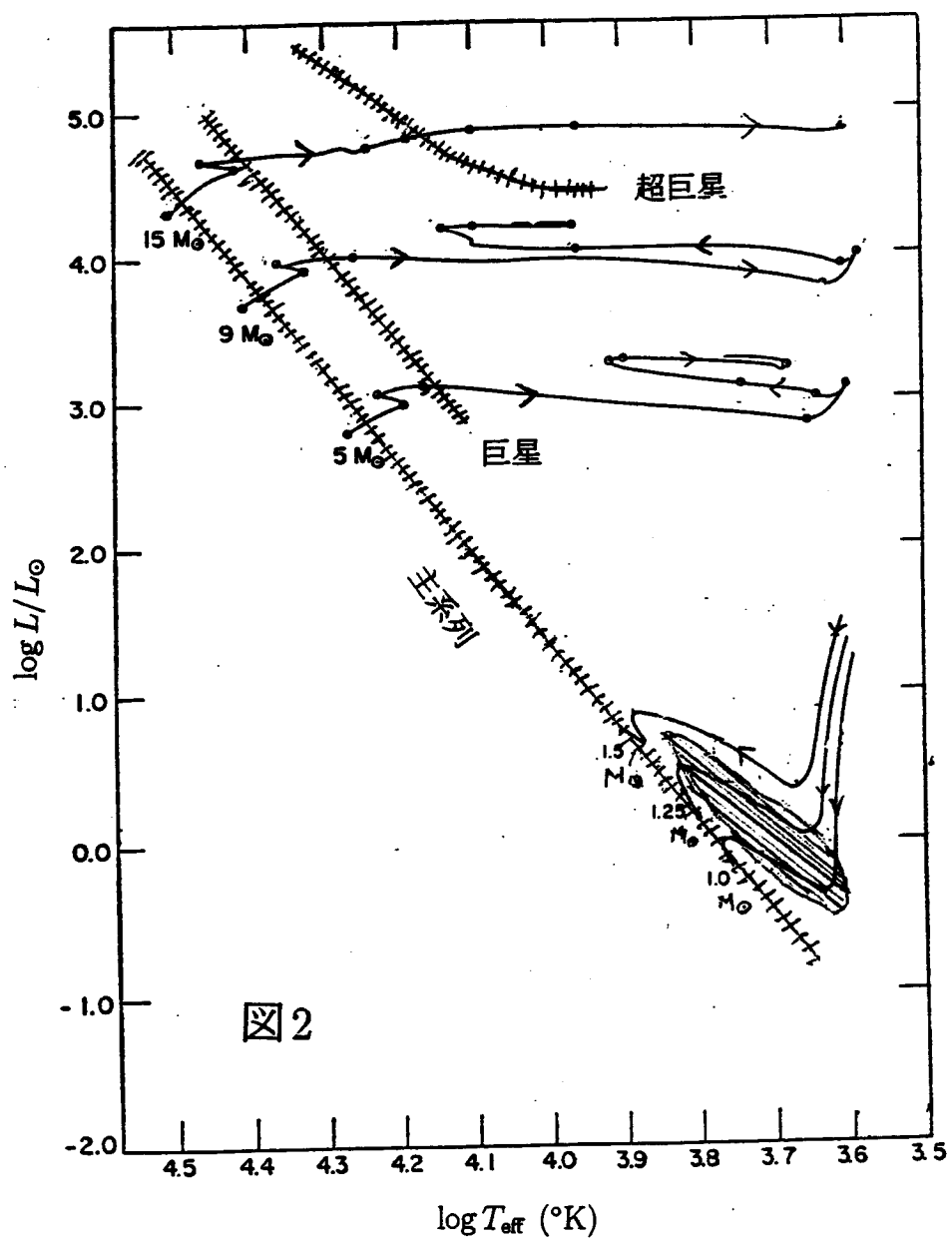
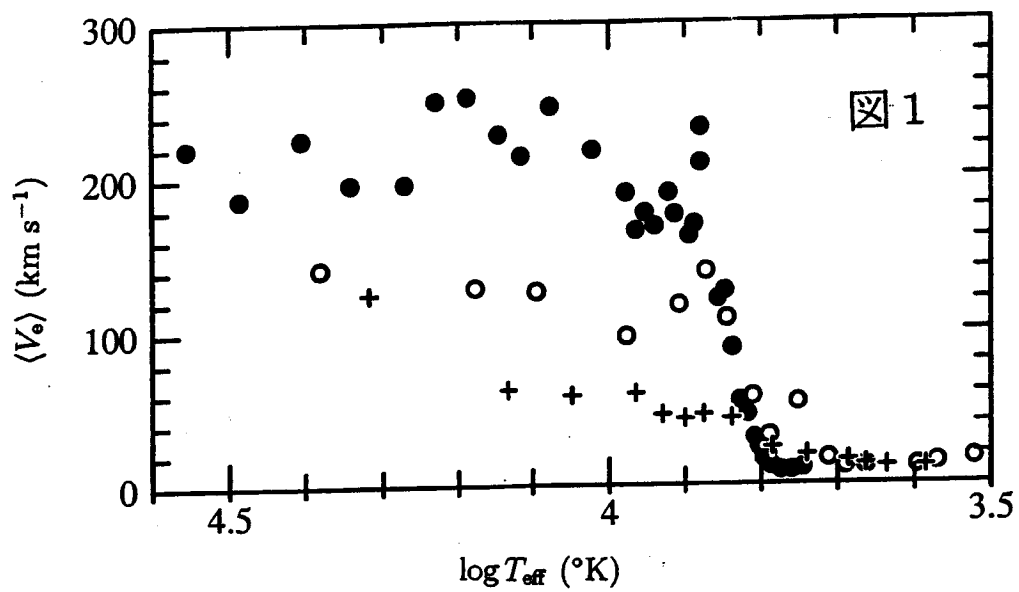
問 3 図 1 の観測的に求められた主系列、巨星、超巨星の平均の自転速度は全角運動量保存を仮定して説明できるかどうか、 $15M_{\odot}$ の場合について a), b) の場合を考慮して吟味せよ。ただし、図 2 から、例えば、 $15M_{\odot}$ の主系列では $\log L/L_{\odot} = 4.4$, $\log T_{\text{eff}} = 4.49$ のように、 $\log L/L_{\odot}$ に対しては小数点 1 桁、 $\log T_{\text{eff}}$ に対しては小数点 2 桁で読みとれ。

次に、小質量星の前主系列星から主系列星に至る進化段階 (図 2) における自転速度の変化について考える。図 1 から、 $\log T_{\text{eff}} < 3.8$ の低温度 (小質量) 主系列星の自転速度は、これより高温度 (大質量) の主系列に比べて極端に小さく、 10 km s^{-1} 未満となっていることがわかる。一方、図 2 の斜線部分にある低温度前主系列星の自転速度は $30 - 60 \text{ km s}^{-1}$ 程度であることが観測からわかっている。

問 4 低温度前主系列星から主系列星に至る進化での自転速度の変化は、恒星の全角運動量が保存すると考えると説明できない。理由を述べよ。

そこで、小質量星は前主系列、主系列段階で、その (光球) 表面がはがれるように物質を放出し、これに伴い角運動量を失なうとする。簡単のために、恒星は剛体回転し、その角速度は時間的に一定であるとする。

問 5 このとき、恒星半径と自転速度の間にはどのような関係が成り立つか、式で示せ。このような角運動量放出でも、観測されている平均自転速度の変化は説明できない。1 太陽質量を例としてこのことを示せ。それでは、どのように考えれば観測事実を説明できるだろうか定性的に答えよ。

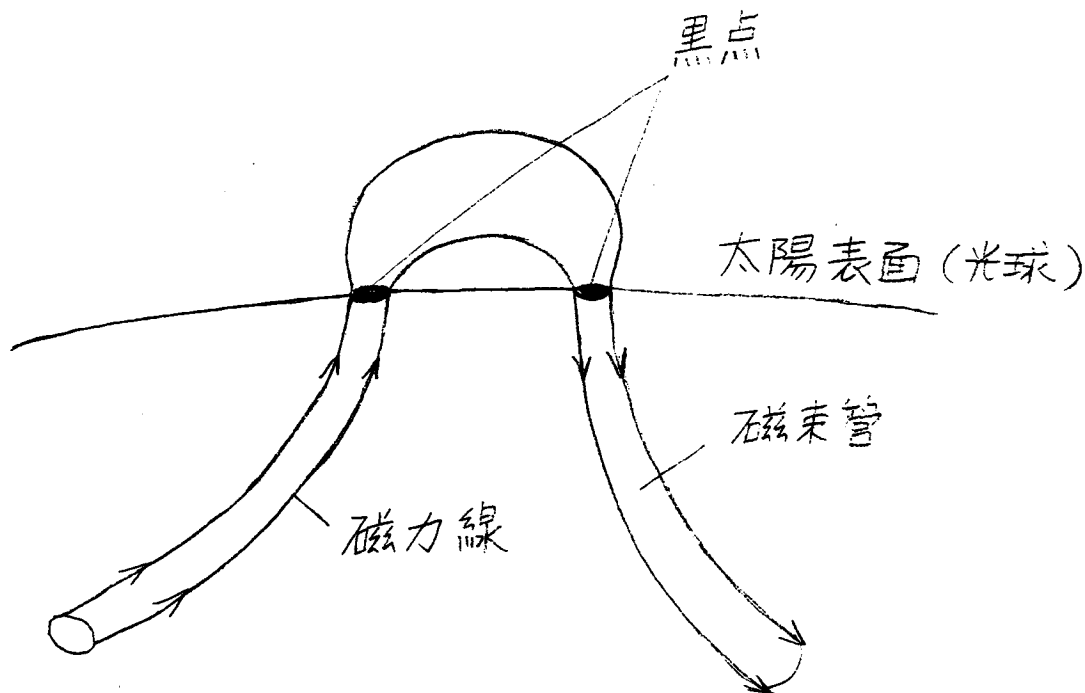


III

天体電磁流体现象の例として太陽黒点を考えよう。黒点は太陽内部の磁束管が表面に現れて顔を出したところの磁束管の切り口に対応し(下図参照)、典型的な黒点の直径は $L = (1 \sim 3) \times 10^4 \text{ km}$ 、太陽表面(光球)での磁束密度は $B = 0.1 \sim 0.3 \text{ T}$ 程度である。また、黒点も含めて太陽光球からの可視光放射は黒体放射で近似できる。

問1. 太陽光球では磁場は黒点や微小磁束管(やはり磁束密度は 0.1 T 程度)に局在しており、これらの磁束管の外では磁場はほとんどない(非常に弱い)。このような「すみわけ」が起こっているのは、光球のガスの圧力のためである。つまり、ガス圧によって磁束管を閉じ込めている(黒点磁気圧が光球ガス圧とほぼバランスしている)のである。このことを使って、黒点磁場や微小磁束管の磁束密度が $0.1 \sim 0.3 \text{ T}$ 程度になることを計算で示せ。ただし、光球のガス圧は、 $p \simeq 10^4 \text{ N/m}^2$ 程度、透磁率 μ は $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ である。

問2. 黒点は巨大な磁束管(の断面)であり、その外側には磁場はほとんどない(非常に弱い)(図参照)。とすると黒点磁場を作っている電流はどこをどう流れているか? 図中に電流線と電流の向きを書いて説明せよ。



問3. 黒点磁場の変化を記述する方程式は、マクスウェル方程式中のファラデーの式である:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}. \quad (1)$$

これに、オームの法則

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \frac{\mathbf{j}}{\sigma} \quad (2)$$

を考慮すると以下の式が得られることを示せ。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta_D \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (3)$$

ただし、

$$\eta_D = \frac{1}{\sigma \mu} \quad (4)$$

は磁気拡散係数。 σ は電気伝導度で、ここでは一定と仮定した。また、次のベクトル公式を使って良い。

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \operatorname{div} \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}$$

問4. (3) 式右辺の第1項と第2項を特徴的な物理量を用いて評価し、それらの比を取ると

$$R_m = \sigma \mu v L \quad (5)$$

という無次元量が得られる。これは磁気レイノルズ数と呼ばれ、電磁流体力学では最も基本的な物理量である。磁場拡散時間を(3)式より求め、磁気レイノルズ数は、磁場拡散時間 t_r と動的時間 ($t_d = L/v$) の比で表せることを示せ。さらに、 $R_m \gg 1$ と $R_m \ll 1$ のときに、(3)式はどうなるか示し、それぞれの場合の(3)式の物理的意味を述べよ。

問5. 黒点における、磁気レイノルズ数 R_m 、磁場拡散時間 t_r 、動的時間 t_d を求めよ。ただし、光球における特徴的な流速は 1 km/s 程度、電気伝導度は $\sigma \simeq 10^3 \text{ mho/m}$ 、黒点の特徴的な長さは $L \simeq 10^4 \text{ km}$ とする。観測によれば多くの黒点は誕生後2週間以内に消滅する。これと上の計算を比較し、観測事実の意味するところを述べよ。

問6. 黒点が暗く見えるのはなぜか? また、黒点が暗いのは黒点の正体が強い磁束管であることと関係があるだろうか? (太陽光球から放射されるエネルギーは、もともと光球下の対流によって内部から運ばれてきたものである。このことと問4-5の解答をヒントにして考察せよ。ただし、光球の密度は $\rho \simeq 10^{-4} \text{ kg/m}^3$ 、対流速度は 1 km/s 程度である。)