２００１年度

京都大学　大学院理学研究科　物理学・宇宙物理学専攻
宇宙物理学・天文学分野
修士課程

筆答試問　問題

応用数学・物理学 I

(200 点)

[時間　2 時間]

注意
1．問題は４頁、４問題である。
2．解答は問題毎に別紙に作成すること。
3．答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
4．問題Ⅳは別紙解答用紙に解答し、それにも受験番号と氏名を記入し、提出すること
5．問題用紙は持ち帰ること。

I

以下の設問に答えよ

問 1　次の式を証明せよ

$$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-a(x^2+y^2)}dxdy = \frac{\pi}{4a} \quad (a>0)$$

（ヒント：極座標に変換する）

問 2　次の定積分の値を求めよ

$$\int_0^\infty xe^{-x^2}\sin 2bxdx$$

（ヒント：$\int_0^\infty e^{-x^2}\cos 2bxdx$ を b に関して微分してみる）

II

1次元の酔歩を考える。原点Oより出発し、コインを投げ、表が出ると一歩前進し、裏が出ると一歩後退するものとする。以下、n 回コインを投げた場合を考える。ただし、コインは裏表同確率で出るものとする。

問1.　k 歩前進した位置にある確率 $P(n,k)$ を求めよ。またそれは、

$$\left(\frac{1}{x}+x\right)^n = 2^n \sum_{k=-n}^{n} P(n,k)x^k \tag{1}$$

の x^k の係数 $P(n,k)$ となることを示せ。ただし、(1) 式の右辺の和で、k は $-n$, $-n+2, -n+4, \cdots, n$ と1つおきに取るものとする。

問2.　k の期待値を求めよ。

問3.　k^2 の期待値を求めよ。
[Hint.　(1) 式を用い、$x \to 1$ の極限を考えよ。]

問4.　Stirling の公式

$$\ln N! = \left(N+\frac{1}{2}\right)\ln N - N + \frac{1}{2}\ln 2\pi + O(N^{-1}) \qquad (N \to \infty) \tag{2}$$

を用いて、$n \to \infty, k \ll n$ のとき

$$P(n,k) \to \left(\frac{2}{\pi n}\right)^{1/2} \exp(-k^2/2n) \tag{3}$$

示せ。

III

オイラーの式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \mathbf{g}, \tag{1}$$

($\mathbf{v}$は速度ベクトル，ρは密度，pは圧力，$\mathbf{g}$は重力加速度ベクトル) を考える．流れが定常でかつ

$$p = K\rho^{\gamma}, \quad \mathbf{g} \equiv -\nabla\Phi, \tag{2}$$

[K (>0) およびγ (>1) は定数，Φはポテンシャル] と書ける場合，流線に沿って保存量が存在することを示し (ベルヌーイの定理)，その保存量を求めよ．なお，必要があれば次のベクトル公式を用いよ，

$$\frac{1}{2}\nabla(v^2) = \mathbf{v}\times(\nabla\times\mathbf{v}) + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}. \tag{3}$$

またポテンシャル流 ($\nabla\times\mathbf{v} = 0$) の場合，ベルヌーイの定理はどのように拡張されるか．

IV

図1のように、原点 (0, 0, 0) を通る、yz 平面に無限に広がった導体平面が接地されており、点 (a, 0, 0) に電荷 $+q$ がある（ただし、$\mathrm{a} > 0$ かつ $q > 0$）。無限遠方では、ポテンシャル $V = 0$ となっている。このとき、以下の問に答えよ。ただし、電荷 $+q$ が単独で存在するときに、そこから距離 r にある点でのポテンシャルは $V = q/(4\pi\varepsilon_0 r)$ で与えられる。ε_0 は真空の誘電率である。

問1．$x \geq 0$ でのポテンシャルは、点 (−a, 0, 0) に電荷 $-q$ を仮想的に置き、導体平面が存在しなかったとしたときのポテンシャルに等しいことを次の手順に従って示せ。

（1）実際のポテンシャルに対する $x = 0$ における境界条件を書け。

（2）上述の仮想電荷が（1）の境界条件を満たすことを示せ。

問2．問1を参考にして、実際にできる電場の概形を解答用紙の図1上に電気力線で示せ。

問3．原点 (0, 0, 0) の位置において、導体平面上に誘導される電荷密度を求めよ。

問4．電荷 $+q$ に対して、導体平面から働く力 $\vec{F}$ の大きさと向きを求めよ。

問5．この電荷 $+q$ が x 軸に沿って $x = \infty$ から $x = \mathrm{a}$ まで動いてきたものとすると、そのときに電荷がなした仕事 $W = \int_{\infty}^{\mathrm{a}} \vec{F} \cdot d\vec{x}$ を求めよ。

問6．一方、この電荷 $+q$ が、点 (−a, 0, 0) においた電荷 $-q$ が固定されたまま（導体平面無しで）、$x = \infty$ から $x = \mathrm{a}$ まで動いてくる場合を仮に考えると、そのときに電荷 $+q$ がなす仕事 W' を求めよ。この W' は、問5で求めた W と異なる。なぜこのような違いがでるか定性的に述べよ。

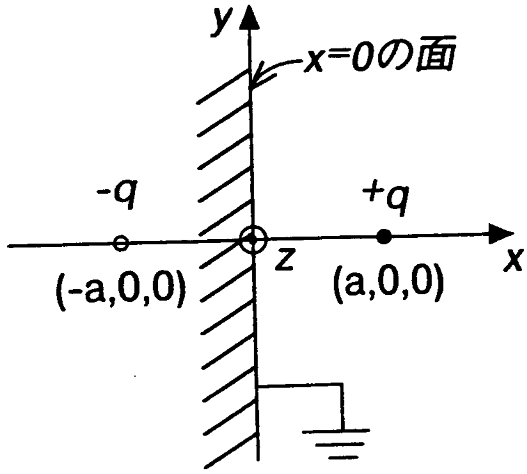


図1

5

２００１年度

京都大学　大学院理学研究科　物理学・宇宙物理学専攻
宇宙物理学・天文学分野
修士課程

筆答試問　問題

応用数学・物理学 II

（ 200 点 ）

［　時間　　2　時間　］

注意
1．　問題は５頁、４問題である。
2．　解答は問題毎に別紙に作成すること。
3．　答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
4．　問題用紙は持ち帰ること。

I

x, y, t を実変数として、次の連立微分方程式を考える。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -x + cx^3 \qquad (c\text{ は正定数}) \end{cases} \tag{1}$$

連立微分方程式の解 $(x(t), y(t))$ を xy 平面上に描いたものを解曲線とよぶ。上記の方程式の解曲線を求めて、解の性質を調べよう。

問 1.　$\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$ となる解は、微分方程式の定常解とよばれる。上記方程式 (1) の定常解を求めよ。

問 2.　定常解の近傍の解曲線の様子は、もとの方程式を定常解近傍で線形化した方程式から求めることができる。方程式 (1) の定常解それぞれについて、その近傍の解曲線の振る舞いを図示せよ。

問 3.　方程式 (1) の解曲線群の概形を図示せよ。

II

ある系には N 個の離散的な状態があり，状態 i をとる確率を p_i $(i = 1, 2, \cdots, N)$ で表す．p_i は $\sum_i p_i = 1$ を満たし，以下の規則に従って変化するものとする．

p_i からなる列ベクトルを

$$\nu = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_N \end{pmatrix} \tag{1}$$

と定義する．時刻 $t = n$ における ν を ν_n と記す．ν_n は次の一次変換によって $t = n + 1$ における状態 ν_{n+1} に変化する．

$$\nu_{n+1} = \mathbf{A} \cdot \nu_n \tag{2}$$

ただし，$\mathbf{A}$ は $N \times N$ 行列

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{pmatrix} \tag{3}$$

である．なお $\mathbf{A}$ の全ての要素は負でない実定数とする．

問 1 $\sum_i p_i = 1$ が常に満たされることに注意して，行列要素 a_{ij} の間に満たされるべき条件を求めよ．

問 2 行列 $\mathbf{A}$ は固有値 1 を持つことを示せ．

固有値 1 に対する固有ベクトルのなかで成分の和が 1 であるものを ω とすると，これは変換 $\mathbf{A}$ に対して時間に依存しない定常分布を表している．もし，任意の初期状態 ν_0 に対して

$$\nu_\infty = \lim_{k \to \infty} \mathbf{A}^k \cdot \nu_0 \tag{4}$$

が収束するならば，ν_∞ を極限分布と呼ぶ．

任意の正整数kに対して，

$$\omega = \mathbf{A}^k \cdot \omega \tag{5}$$

であるから，定常分布 ω は極限分布の候補である．

問3 定常分布が存在しても，必ずしも極限分布が存在するとは限らないことを示せ．[例えば: $N=2$の場合の一例を挙げよ]

問4 $\mathbf{A}$ の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N$ を利用して $\mathbf{A}^k \cdot \nu_0$ の収束条件を考察することにより，極限分布が存在するためには，$\lambda = 1$ 以外の $\mathbf{A}$ の固有値の絶対値がすべて1より小さい必要があることを示せ．ただし，簡単のため $\mathbf{A}$ の固有値が全て異なっている場合のみを考察せよ．

III

中心力

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{r} \quad (k\text{は正定数}) \qquad (1)$$

の作用を受ける質量 m の粒子の運動を考える。

問1. 角運動量が保存されることを示せ。

問2. 運動は1つの平面に限られることを示せ。

問3. この粒子の軌道は，力の中心を楕円の中心とするような楕円であることを示せ。

問4. 粒子に変位を加えると新しい軌道へ移行する。新しい軌道周期はもとの軌道周期と同じであることを示せ。

問5. ケプラー運動では，大きい楕円軌道ほど長周期である。万有引力の法則と力の法則(1)を対比させて，その理由を述べよ。

IV

次の文章を読み、問１一問４に答えよ。

(A) 時刻 t_0 におけるある量子系の状態ベクトルを $|\psi(t_0)\rangle$ とし、任意の時刻におけるそれを $|\psi(t)\rangle$ とする。この二つの状態を結ぶ演算子 $U(t,t_0)$ を導入し、

$$|\psi(t)\rangle = U(t,t_0)|\psi(t_0)\rangle \tag{1}$$

と表わす。但し、$U(t,t_0)$ は、その複素共役演算子である $U^\dagger(t,t_0)$ に対して、$U^\dagger(t,t_0)U(t,t_0) = \mathbf{1}$ の関係をもつとする。(1) 式において、$t = t_0 + \delta t$ の場合を考える。このとき、

$$U(t_0+\delta t, t_0) = U(t_0,t_0) + \delta t \frac{\partial U(t,t_0)}{\partial t}\Big|_{t=t_0} \equiv \mathbf{1} - \frac{i}{\hbar}\delta t H(t_0) \tag{2}$$

として、演算子 H を導入する。H は系のハミルトニアンとよばれる。($\hbar$ はプランク定数を 2π でわったものである。) (1)、(2) 式より、

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle \tag{3}$$

となる。これを Schrödinger 方程式という。ある物理量に対応する線型演算子を P とすると、時刻 t におけるその物理量の測定値の期待値は、$\langle P\rangle \equiv \langle\psi(t)|P|\psi(t)\rangle$ で、与えられる。ここに、$\langle\psi(t)|$ は $|\psi(t)\rangle$ の複素共役ベクトルである。これによって、任意の時刻における系の物理量の測定期待値が得られることになる。

(B) 次に、

$$|\psi\rangle' \equiv U^\dagger(t,t_0)|\psi(t)\rangle, \qquad P'(t) \equiv U^\dagger(t,t_0)PU(t,t_0) \tag{4}$$

とおくと、$|\psi\rangle'$ は時間に依存しない。演算子 P に対応する物理量の測定期待値は、$\langle\psi|'P'(t)|\psi\rangle'$ で与えられ、

$$\langle\psi|'P'(t)|\psi\rangle' = \langle\psi(t)|P|\psi(t)\rangle \tag{5}$$

である。P' は時間に依存し、その変化を表わす式は、$H' = U^\dagger H U$ として、

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}P' = P'H' - H'P' \tag{6}$$

と表わされ、これを Heisenberg 方程式という。

問 1　(3) 式を導出せよ。

問 2　(4) 式で定義される $|\psi\rangle'$ は、時間に依存しないことを示せ。

問 3　(5) 式が成立することを示せ。

問 4　以上の結果、同じ量子系の時間発展を記述するのに、文章 (A) のような記述のしかたと、文章 (B) のような記述のしかたの二通りがあり、時刻 t における物理量の測定期待値も同じであることがわかった。(A)、(B) それぞれの見方の相違を説明せよ。

2001年度

京都大学　大学院理学研究科　物理学・宇宙物理学専攻
宇宙物理学・天文学分野
修士課程

筆答試問　問題

天文学

（200点）

［時間　2時間30分］

注意
1．問題冊子は8頁である。
2．問題Ⅰ、Ⅱ、Ⅲのうちから、2問題を選択して解答せよ。
3．解答は問題毎に別紙に作成すること。
4．答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
5．問題Ⅰ及びⅢの選択者は別紙解答用紙（問題Ⅰの選択者はグラフ用紙）にも受験番号と氏名を記入し、提出すること。
6．問題用紙は持ち帰ること。

I

恒星は、星間空間に存在する分子雲が自分自身の重力により収縮（重力収縮）して誕生すると考えられている。よって、星形成過程の解明には、分子雲の重力収縮の様子を観測的に明らかにすることが重要である。そこで、分子雲の示す力学的特徴を、観測事実に基づいて考察してみる。簡単のため、以下では分子雲は様々な大きさのガス塊から構成されており（図１）、そのガス塊は直径 D の球形と仮定する。

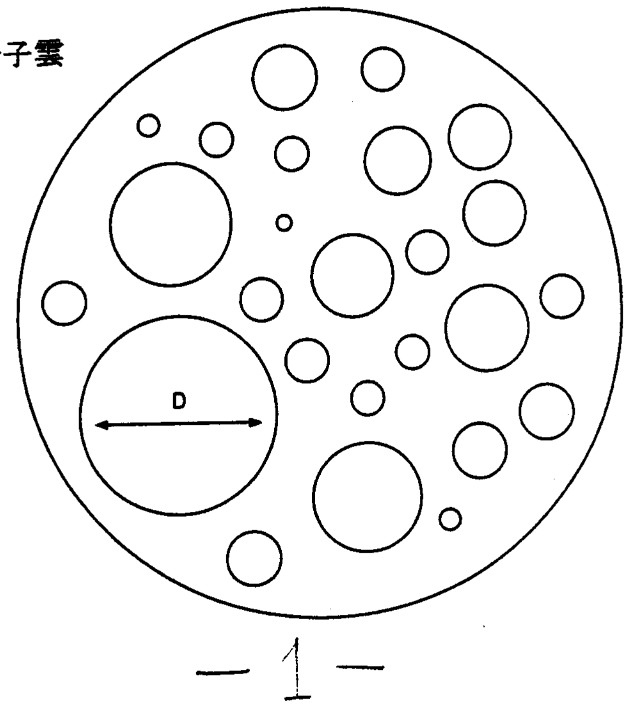
問 1　図１のガス塊は分子ガスから構成されている。その分子ガスは、大きさ δv の程度の速度で乱雑運動をしている。表１に個々のガス塊に対する δv と D の組の観測データを与える。まず δv と D の関係を調べてみる。
(i) 表１のデータを、縦軸を δv (km s^{-1})、横軸を D (pc) として方眼紙上にプロットせよ。ただし、両軸のスケールは対数スケールとする。なお、1 pc = 3.1×10^{16} m である。
(ii) 次に $\delta v \propto D^p$ (p は定数) としたときのべき指数 p の大雑把な値を、(1) で行ったプロットより読みとれ。どのように p の値を求めたかも説明せよ。

以下では、計算の簡単化のため δv と D の関係式（$p = 0.5$）を

$$\delta v = 1.0 \times \left(\frac{D}{1.0\ \mathrm{pc}}\right)^{0.5}\ \mathrm{km\ s^{-1}} \tag{1}$$

とする。また、全てＳＩ単位系で解答せよ。
(iii) 式 (1) を用いて、D (m) の関数としてガス塊の単位質量当りの内部運動エネルギー（$E_{\rm in} \sim \delta v^2/2$）を概算せよ。
(iv) $D = 0.3$ pc のガス塊の $E_{\rm in}$ を求めよ。
(v) ガス塊の内部密度分布を $\rho(r) = 0.4 \times r^{-1}$ kg m^{-3}（r はガス塊の中心からの距離 (単位は m)）としたとき、ガス塊の半径 $D/2$ に含まれる総質量 $M(D)$ を D (m) の関数として計算せよ。
(vi) ガス塊の重力エネルギー（$E_{\rm gr} \sim 2GM(D)/D$）の大きさを D (m) の関数として計算せよ。重力定数 G は 6.7×10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} である。

図１



問 2　問1の結果から、E_{in} と E_{gr} が同じ D 依存性をもつことが判る。このことに関して、以下の問題に答えよ。
(i) E_{in} と E_{gr} の大小関係から、ガス塊がどのように進化していくかを推測し、その理由と共に述べよ。
(ii) 式(1)で $p = 0.3$ のとき、E_{in} の D 依存性がどの様に変化するか述べよ。
(iii) 同じく $p = 0.3$ のとき、D の大小によりガス塊の進化の様子がどの様に変化するか述べよ。

表1

$\log D$ (pc)	$\log \delta v$ (km s^{-1})
-0.55	-0.29
-0.80	-0.28
-0.72	-0.37
-0.85	-0.51
-0.80	-0.36
-0.89	-0.46
-1.22	-0.49
-1.04	-0.52
-0.77	-0.27
-0.74	-0.27
-1.15	-0.49
-1.15	-0.52
-1.52	-0.70
-1.70	-0.68
-1.30	-0.64
-1.22	-0.59

この表で、( ) 内はそれぞれの単位を表す。

問 3　表 1 のガス塊とは異なった力学的性質を持つガス塊（以下、特異ガス塊）の存在が知られている。その力学的特徴の差について考察してみる。特異ガス塊中の一硫化炭素分子（ＣＳ）から放射された輝線の強度分布の観測を図 2 に示す。以下の問題に答えよ。

(i) 特異ガス塊の内部運動の激しさに応じて、輝線の幅がきまる（ドップラー効果）。図 2 に示した輝線の輪郭から、輝線の半値幅 (Δv (m s^{-1})；輝線強度が最大値の半分になるところにおける全幅）を読み取ってみよ。

(ii) (1) で求めた速度の大きさを、振動数の幅 ($\Delta \nu$) に換算せよ。ただし、光速は $c = 3.0 \times 10^8$ m s^{-1} であり、観測された輝線の中心振動数は 9.8×10^{10} Hz である。

(iii) 特異ガス塊の $E_{\rm in}$ を計算せよ。ただし、$\delta v = \Delta v/2$ とする。

(iv) 特異ガス塊も式 (1) の関係式を満たすと仮に考える。このとき、このガス塊の D を計算し、表 1 のガス塊との違いを述べよ。

(v) この特異ガス塊は 0.1 pc のサイズを持っている。この特異ガス塊が重力収縮できるかどうかについて考察し、その理由を述べよ。また、必要ならば、特異ガス塊の密度分布を $\rho(r) = 0.4 \times r^{-1}$ kg m^{-3} とせよ。

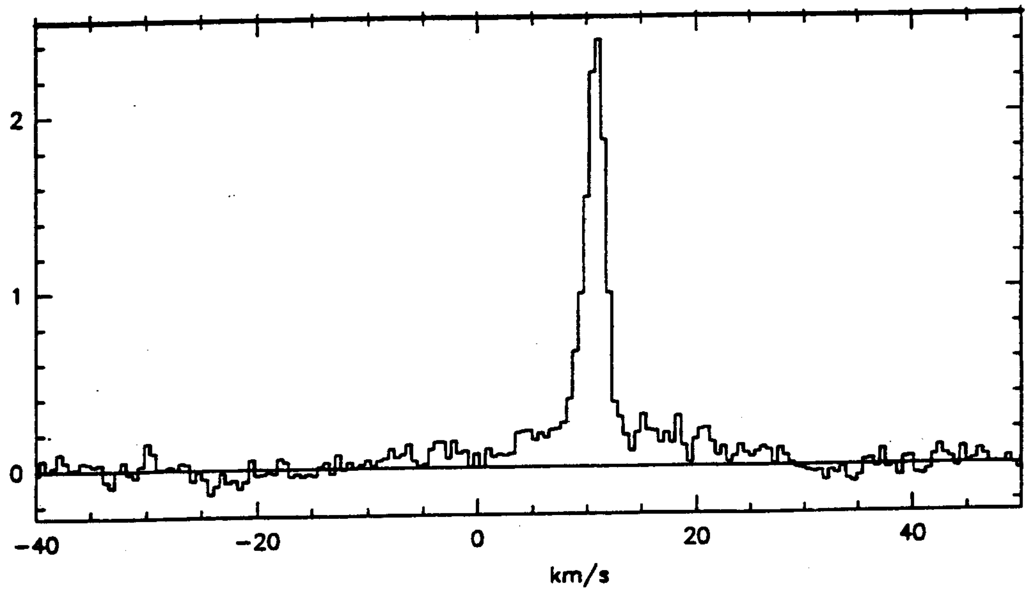


図 2
この図で、横軸は視線速度であり、縦軸は規格化された輝線強度である。

II

恒星の進化に伴う、自転速度の変化について考えてみる。恒星赤道表面での自転速度をV_eとする。図1は、観測から得られた平均の自転速度$\langle V_e \rangle$ (km s^{-1}) を主系列星（黒丸)、巨星(白丸)、超巨星(＋印)別に、星の有効温度(表面温度)T_{eff} (°K) の対数に対してプロットしたものである。

図2は、縦軸に太陽光度$L_\odot$を基準とした恒星の光度$L/L_\odot$の対数、横軸に有効温度T_{eff}(°K)の対数をとり、この図上での恒星の進化経路を示したものである（矢印が進化の方向)。5, 9, 15 太陽質量($M_\odot$)の大質量星に対しては主系列星から巨星、超巨星へと進化する経路を示してある。また、観測される主系列星、巨星、超巨星の図中における分布の平均的な位置も示してある。小質量星（1.0,1.25,1.5$M_\odot$）に対しては、星が誕生後、主系列星に向かう進化経路（前主系列）を示してある。

恒星の光度と有効温度の間には、恒星半径をRとして、$L = 4\pi R^2 T_{eff}^4$の関係があるので、現在の太陽に対する値を⊙で表わすことにすれば、

$$\log L/L_\odot = 2\log R/R_\odot + 4\log T_{eff} - 15.05 \qquad (1)$$

と書ける。ここで、$\log T_{eff,\odot} = 3.762$を用いた。

図1から高温度星では、主系列星、巨星、超巨星の順に自転速度が小さくなっていることがわかる。恒星の全角運動量を保存しながら主系列から進化していくと仮定してこの観測事実を説明できるかどうか考えてみよう。

この場合、進化につれて、恒星半径、内部の密度分布が変化するが、

a) 恒星内部で角運動量の移動がない場合と、

b) 恒星内部で角運動量を再配分した結果、剛体回転している場合

が考えられる。

問 1 恒星内部で角運動量の移動がない、即ち、各体積要素が角運動量を保存するる場合、恒星半径Rと自転速度V_eの間にはどのような関係が成り立つか、式で示せ。（赤道面で考えよ。）

問 2 剛体回転を仮定したとき、恒星の全角運動量Jは密度分布を$\rho(r)$(r:恒星中心からの距離)として、

$$J = \frac{8\pi V_e}{3R}\int_0^R r^4 \rho(r)dr \qquad (2)$$

と表されることを示せ。

剛体回転の場合、進化にともなう自転速度V_eの変化を知るためには、恒星内部の密度分布の変化を知る必要があることが、(2) 式からわかる。主系列からの進化においては、a) の恒星内部で角運動量の移動がない場合に比べて、b) の剛体回転の場合は２倍程度大きい自転速度になることが計算により確かめられている。

問 3　図１の観測的に求められた主系列、巨星、超巨星の平均の自転速度は全角運動量保存を仮定して説明できるかどうか、$15M_{\odot}$の場合について a),b) の場合を考慮して吟味せよ。ただし、図２から、例えば、$15M_{\odot}$の主系列では$\log L/L_{\odot} = 4.4$, $\log T_{\rm eff} = 4.49$のように、$\log L/L_{\odot}$に対しては小数点１桁、$\log T_{\rm eff}$に対しては小数点２桁で読みとれ。

次に、小質量星の前主系列星から主系列星に至る進化段階（図２）における自転速度の変化について考える。図１から、$\log T_{\rm eff} < 3.8$の低温度（小質量）主系列星の自転速度は、これより高温度（大質量）の主系列に比べて極端に小さく、$10\ {\rm km\ s^{-1}}$未満となっていることがわかる。一方、図２の斜線部分にある低温度前主系列星の自転速度は$30 - 60\ {\rm km\ s^{-1}}$程度であることが観測からわかっている。

問 4　低温度前主系列星から主系列星に至る進化での自転速度の変化は、恒星の全角運動量が保存すると考えると説明できない。理由を述べよ。

そこで、小質量星は前主系列、主系列段階で、その（光球）表面がはがれるように物質を放出し、これに伴い角運動量を失なうとする。簡単のために、恒星は剛体回転し、その角速度は時間的に一定であるとする。

問 5　このとき、恒星半径と自転速度の間にはどのような関係が成り立つか、式で示せ。このような角運動量放出でも、観測されている平均自転速度の変化は説明できない。１太陽質量を例としてこのことを示せ。それでは、どのように考えれば観測事実を説明できるだろうか定性的に答えよ。

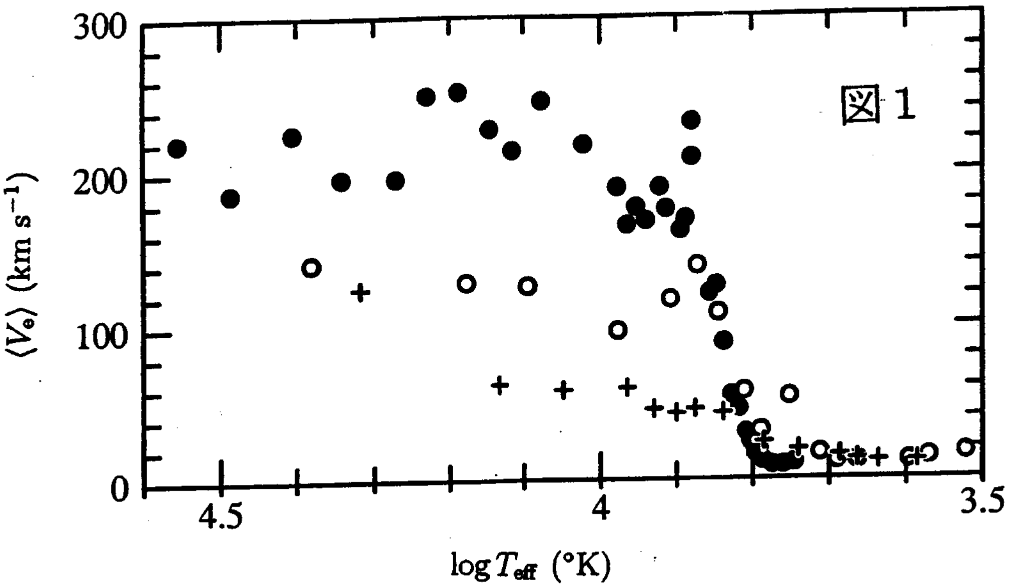
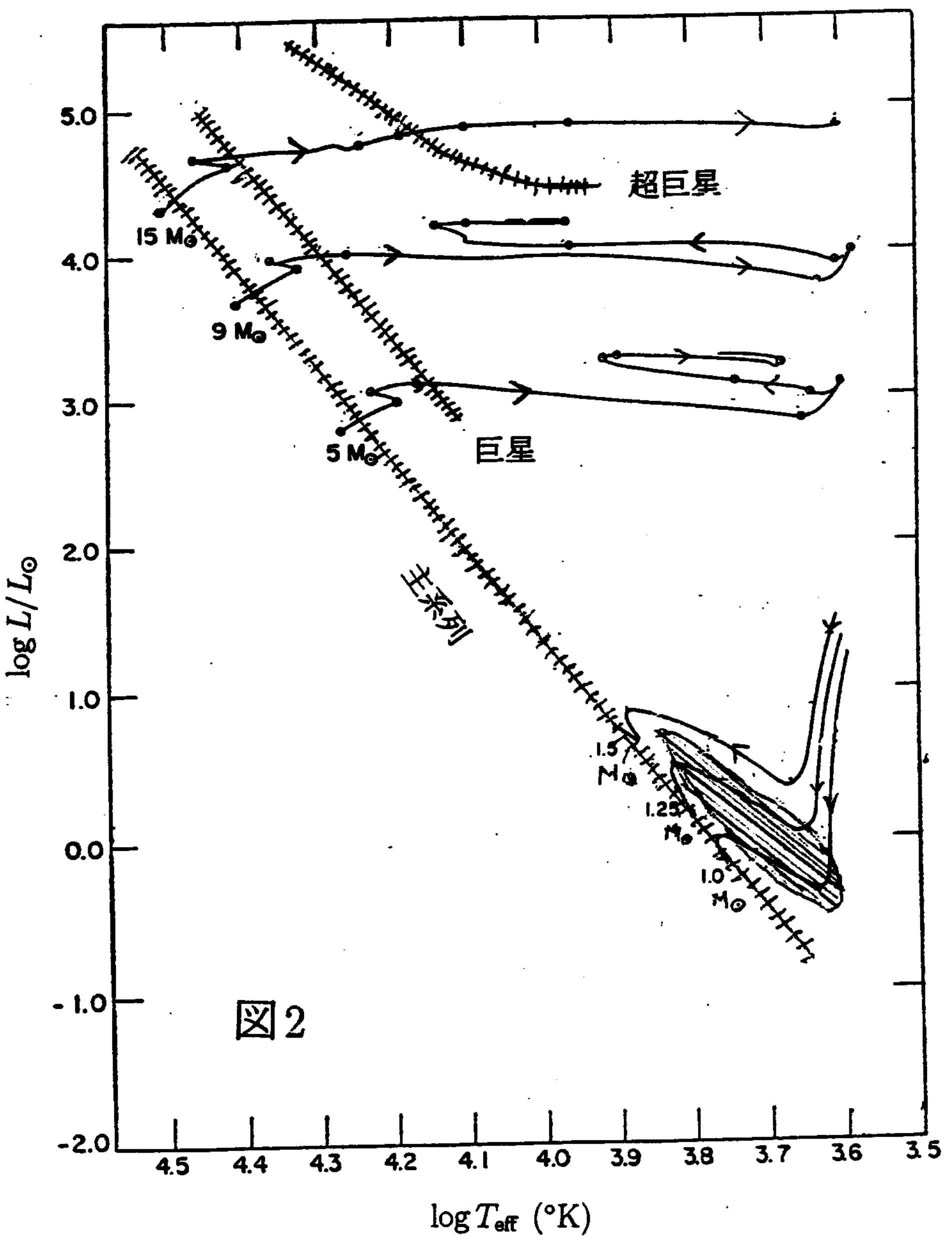


図1
300
200
100
0
$\langle V_e \rangle$ (km s^{-1})
4.5
4
3.5
log T_{eff} (°K)



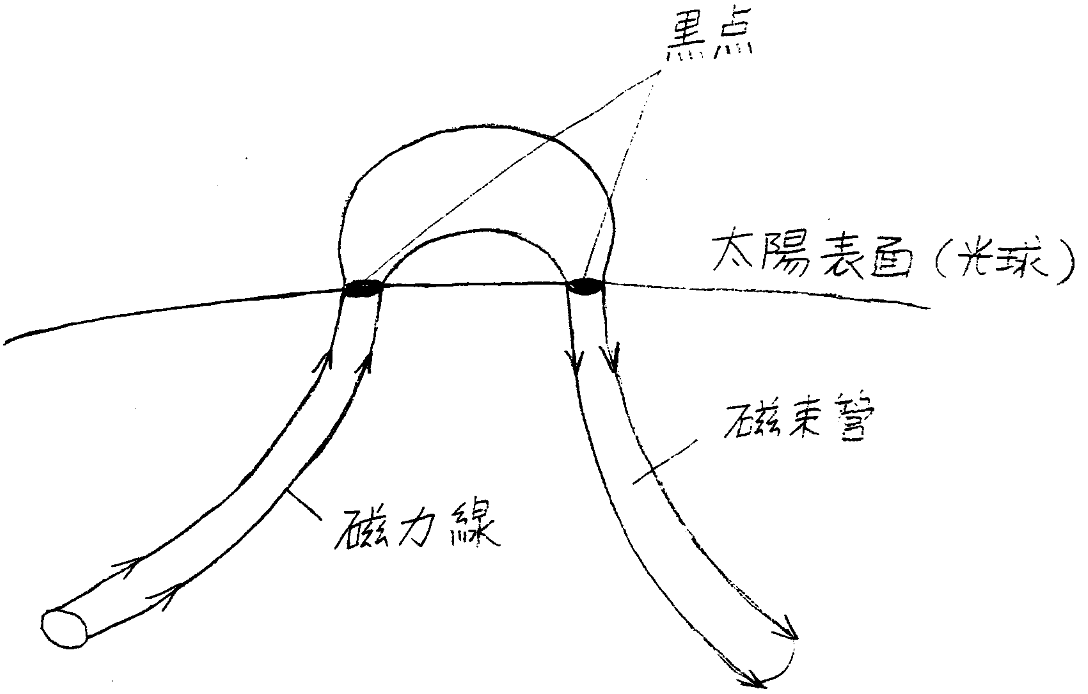
超巨星
巨星
主系列
15 $M_\odot$
9 $M_\odot$
5 $M_\odot$
1.5 $M_\odot$
1.25 $M_\odot$
1.0 $M_\odot$
図2
log $L/L_\odot$
log T_{eff} (°K)

III

天体電磁流体現象の例として太陽黒点を考えよう。黒点は太陽内部の磁束管が表面に現れて顔を出したところの磁束管の切り口に対応し (下図参照)、典型的な黒点の直径は $L =$ (1〜3) $\times 10^4$km、太陽表面 (光球) での磁束密度は $B = 0.1 \sim 0.3$ T 程度である。また、黒点も含めて太陽光球からの可視光放射は黒体放射で近似できる。

問1. 太陽光球では磁場は黒点や微小磁束管 (やはり磁束密度は 0.1 T 程度) に局在しており、これらの磁束管の外では磁場はほとんどない (非常に弱い)。このような「すみわけ」が起こっているのは、光球のガスの圧力のためである。つまり、ガス圧によって磁束管を閉じ込めている (黒点磁気圧が光球ガス圧とほぼバランスしている) のである。このことを使って、黒点磁場や微小磁束管の磁束密度が 0.1〜0.3 T 程度になることを計算で示せ。ただし、光球のガス圧は、$p \simeq 10^4$ N/m^2 程度、透磁率 μ は $4\pi \times 10^{-7}$ H/m である。

問2. 黒点は巨大な磁束管 (の断面) であり、その外側には磁場はほとんどない (非常に弱い) (図参照)。とすると黒点磁場を作っている電流はどこをどう流れているか? 図中に電流線と電流の向きを書いて説明せよ。



19

問３．黒点磁場の変化を記述する方程式は、マクスウェル方程式中のファラデーの式である:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}. \tag{1}$$

これに、オームの法則

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \frac{\mathbf{j}}{\sigma} \tag{2}$$

を考慮すると以下の式が得られることを示せ。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta_D \nabla^2 \mathbf{B}. \tag{3}$$

ただし、

$$\eta_D = \frac{1}{\sigma\mu} \tag{4}$$

は磁気拡散係数。σ は電気伝導度で、ここでは一定と仮定した。また、次のベクトル公式を使って良い。

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \mathrm{div}\mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}$$

問４．(3) 式右辺の第１項と第２項を特徴的な物理量を用いて評価し、それらの比を取ると

$$R_m = \sigma\mu v L \tag{5}$$

という無次元量が得られる。これは磁気レイノルズ数と呼ばれ、電磁流体力学では最も基本的な物理量である。磁場拡散時間を (3) 式より求め、磁気レイノルズ数は、磁場拡散時間 t_r と動的時間 ($t_d = L/v$) の比で表せることを示せ。さらに、$R_m \gg 1$ と $R_m \ll 1$ のときに、(3) 式はどうなるか示し、それぞれの場合の (3) 式の物理的意味を述べよ。

問５．黒点における、磁気レイノルズ数 R_m、磁場拡散時間 t_r、動的時間 t_d を求めよ。ただし、光球における特徴的な流速は 1 km/s 程度、電気伝導度は $\sigma \simeq 10^3$mho/m、黒点の特徴的な長さは $L \simeq 10^4$ km とする。観測によれば多くの黒点は誕生後２週間以内に消滅する。これと上の計算を比較し、観測事実の意味するところを述べよ。

問６．黒点が暗く見えるのはなぜか？ また、黒点が暗いのは黒点の正体が強い磁束管であることと関係があるだろうか？ (太陽光球から放射されるエネルギーは、もともと光球下の対流によって内部から運ばれてきたものである。このことと問４－５の解答をヒントにして考察せよ。ただし、光球の密度は $\rho \simeq 10^{-4}$kg/m^3、対流速度は 1 km/s 程度である。)

２００１年度

京都大学　大学院理学研究科　物理学・宇宙物理学専攻
宇宙物理学・天文学分野
修士課程

筆答試問　問題

英語

（100点）

［　時間　　１　時間　３０　分］

注意
１．　問題は２頁、１問題である。
２．　解答は別紙に作成すること。
３．　答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
４．　問題用紙は持ち帰ること。

次の英文は、1872年にフランスで発表され大変評判になったある新聞小説が、イギリスでも翻訳されたものの終末部分の抜粋である。これを読み、本文の後の、登場人物についての説明を参考にして、設問に答えよ。

A

The reader will remember that at five minutes past eight in the evening – about five and twenty hours after the arrival of the travellers in London – Passepartout had been sent by his master to engage the services of the Reverend Samuel Wilson in a certain marriage ceremony, which was to take place the next day.

Passepartout went on his errand enchanted. He soon reached the clergyman's house, but found him not at home. Passepartout waited a good twenty minutes, and when he left the reverend gentleman, it was thirty-five minutes past eight. But in what a state he was! With his hair in disorder, and without his hat, he ran along the street as never man was seen to run before, overturning passers-by, rushing over the sidewalk like a waterspout.

In three minutes he was in Saville Row again, and staggered breathlessly into Mr Fogg's room.

He could not speak.

'What is the matter?' asked Mr Fogg.

'My master!' gasped Passepartout, – 'marriage – impossible – '

'Impossible?'

'Impossible – for to-morrow.'

'Why so?'

'Because to-morrow – is Sunday!'

'Monday,' replied Mr Fogg.

'No – today – is Saturday.'

'Saturday? Impossible!'

'Yes, yes, yes, yes!' cried Passepartout. 'You have made a mistake of one day! We arrived twenty-four hours ahead of time; but there are only ten minutes left!'

中略

Phileas Fogg had accomplished the journey round the world in eighty days!

Phileas Fogg had won his wager of twenty thousand pounds!

How was it that a man so exact and fastidious could have made this error of a day? How came he to think that he had arrived in London on Saturday, the twenty-first day of December, when it was really Friday, the twentieth, the seventy-ninth day only from his departure?

The cause of the error is very simple.

B

Phileas Fogg had, without suspecting it, gained one day on his journey, and this merely because he had travelled constantly *eastward*; he would, on the contrary, have lost a day had he gone in the opposite direction, that is *westward*.

C

中略

Phileas Fogg, then, had won the twenty thousand pounds; but as he had spent nearly nineteen thousand on the way, the pecuniary gain was small. His object was, however, to be victorious, and not to win money. He divided the one thousand pounds that remained between Passepartout and the unfortunate Fix, against whom he cherished no grudge. He deducted, however, from Passepartout's share the cost of the gas which had burned in his room for nineteen hundred and twenty hours, for the sake of regularity.

That evening, Mr Fogg, as tranquil and phlegmatic as ever, said to Aouda: 'Is our marriage still agreeable to you?'

'Mr Fogg,' replied she, 'it is for me to ask that question. You were ruined, but now you are rich again.'

中略

It need not be said that the marriage took place forty-eight hours after, and that Passepartout, glowing and dazzling, gave the bride away. Had he not saved her, and was he not entitled to this honour?

中略

Phileas Fogg had won his wager, and had made his journey around the world in eighty days. To do this he had employed every means of conveyance – steamers, railways, carriages, yachts, trading-vessels, sledges, elephants. The eccentric gentleman had throughout displayed all his marvellous qualities of coolness and exactitude. But what then? What had he really gained by all this trouble? What had he brought back from this long and weary journey?

D

Nothing, say you? Perhaps so; nothing but a charming woman, who, strange as it may appear, made him the happiest of men!

Truly, would you not for less than that make the tour around the world?

THE END

登場人物についての説明

Phileas Fogg
主人公で、冷静寡黙な独身のイギリス紳士。８０日間で世界１周ができると賭をしてロンドンを出発した。旅行中は、出発以来の日数を毎日かぞえつづけていた。

Jean Passepartout
Fogg氏に随行した忠実な従僕。

Fix
ロンドン警視庁の刑事。Fogg氏を窃盗犯人だと思いこみ、彼の後をずっと付けた。

Aouda
Fogg氏主従がインドを通過中に命を助けられ、その後一緒に旅をしたインド女性。

問１　Ａの部分を和訳せよ。

問２　Ｂの部分を和訳せよ。

問３　略されたＣの部分には、原著では、Ｂの部分に述べられていることの理由が、日付変更線という用語を用いないで平易に科学的に説明されている。著者になったつもりで、この部分に適切な文章を、100ないし200語の英文で書いてみよ。

問４　Ｄの部分を和訳せよ。