２０００年度

京都大学　大学院理学研究科　物理学・宇宙物理学専攻
宇宙物理学・天文学分野
修士課程

筆答試問　問題

天文学

（ 200 点 ）

［ 時間　２ 時間　３０ 分 ］

注意
1．問題冊子は７頁である。
2．問題Ⅰ、Ⅱ、Ⅲのうちから、２問題を選択して解答せよ。
3．解答は問題毎に別紙に作成すること。
4．答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
5．問題用紙は持ち帰ること。

//

I

多くの星は，分子雲中のクランプ（密度の高いところ）で生まれる。太陽程度の質量の星が形成される過程について考察してみよう。分子雲は水素分子から成るとする。

観測から，クランプの平均密度は 10^{10} - 10^{12} 水素分子 m^{-3}，温度は 10 K 程度であることが知られている。一部のクランプ中には，遠赤外線放射によって輝いている原始星が存在している。おうし座分子雲の場合では，原始星の全放射光度（以下光度）は太陽の 0.1 倍から数倍である。この原始星段階のタイムスケールは１００万年のオーダーであると推定されている。

原始星は，クランプのガスが収縮して星になりつつある天体と考えられている。クランプの中心へ向かうガス流の観測から，中心から約 10^3 AU のところで密度がおよそ 10^{11} - 10^{12}水素分子 m^{-3}，収縮速度約 1 km s^{-1} がガス流の典型例として知られている。

これらの観測事実をもとに，原始星形成の２つのモデルを検討する。

物理定数は，

重力定数　$G = 6.7\times10^{-11}$ N m^2 kg^{-2},

ボルツマン定数 $k = 1.4\times10^{-23}$ J K^{-1}

水素原子の質量 $m_H = 1.7\times10^{-27}$ kg,

とする。また，

太陽質量 $M_\odot = 2.0\times10^{30}$ kg,

太陽光度 $L_\odot = 3.9\times10^{26}$ W,

太陽半径 $R_\odot = 7.0\times10^{8}$ m,

１天文単位（太陽と地球間の距離）1 AU = 1.5×10^{11} m,

１年　1 yr = 3.2×10^{7} s,

とする。

解答の数値は有効数字１桁でよい。

（Ｉ）モデル１として，クランプは球状で温度一定，半径は R，質量は M，密度分布は動径 r に対して

$$\rho(r)=\rho_0(r/R)^{-2} \qquad (1)$$

であると仮定する。ここでρ_0は r = R での密度である。収縮は，質量一定のまま，等温で密度分布の形は（１）式に従うように起こる（ρ_0と R が時間とともに変わる）とする。

問１　クランプの半径 r より内側にある質量 m(r) を式で表せ。

問２　クランプの重力ポテンシャルエネルギーは，$-(GM^2/R)$ となることを示せ。

12

問3　クランプが重力収縮するためには，クランプの半径はある値より大きくなくてはならない。クランプは等温のまま重力収縮をするとして，その臨界半径を温度 T と密度 ρ_0 の関数として表せ。

ヒント：半径 r で，ガスに働く重力と圧力勾配のバランスを考える。

問4　$r = R$ でのガス密度を 10^{10} 水素分子 m^{-3}，温度を 10 K としたときの臨界半径は何 AU か。

問5　収縮により解放される重力ポテンシャルエネルギーがすべて放射エネルギーになるとして，その光度 L を質量 M，半径 R および $r = R$ での収縮速度 v の関数として示せ。

問6　半径 10^3 AU で観測された中心へ向かうガス流は，クランプの半径 R が 10^3 AU 程度になっている段階を見ていると考える。$R = 10^3$ AU，$v = 1$ km s^{-1}，$M = 1\ M_\odot$ を採用すると，問5での光度 L は太陽光度のおよそ何倍になるか。また，速度 1 km s^{-1} で 10^3 AU の距離を移動する時間はおよそ何年か。

（Ⅱ）このようにして問6で求めた原始星の光度は観測される値より小さく，タイムスケールは推定値～１００万年よりかなり短い。

２つめの原始星形成モデルでは，クランプはサイズがおよそ 10^4 AU に広がっている段階で，すでにクランプの中心部に原始星の小さい核が形成されると考える。クランプ中のガスは重力収縮により内側から順に核の表面に降り続き，表面で落下の運動エネルギー（これは重力ポテンシャルエネルギーから得られた）を放射エネルギーに換える。このモデルでは，半径約 10^3 AU で観測された中心へ向かうガス流は，より外側に広がったクランプから原始星の核へのガスの流入を見ていると考える。

問7　観測例として，半径 10^3 AU で，密度 10^{11} 水素分子 m^{-3}，$v = 1$ km s^{-1} の中心に向かう球対称ガス流を採用すると，その流量はおよそいくらか。単位は kg s^{-1} で示せ。この流量は１００万年当たりではおよそ何太陽質量か。

問8　原始星の核の質量を $M_* = 0.1\ M_\odot$，半径を $R_* = 3\ R_\odot$，核に衝突するガスの流量として問7の値を用いると，光度は太陽光度のおよそ何倍か。

ヒント：流入するガスが失う重力ポテンシャルエネルギーは，単位質量当たり GM_*/R_* である。

II

ここでは地球や木星などの惑星が、理想的な双極磁場構造を持っていると仮定して、その磁場の形状や周囲のプラズマの振る舞いを電気力学的に（粒子的描像で）考察する事により、プラズマが惑星と共に自転していく過程を理解しよう。

まず、理想的双極磁場の形状を定量的に表現しよう。

問1　惑星の磁場を、惑星中心に赤道面に垂直に置かれた磁気モーメント**M**（|**M**|=M）の双極子によって引き起こされているものと考えた場合、その中心から球座標（r, θ, ϕ）の位置における磁場ベクトル**B**=（B_r, B_θ, B_ϕ）は、

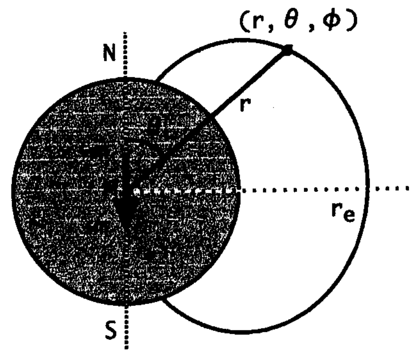
$$\mathbf{B} = (-2M\cos\theta/r^3,\ -M\sin\theta/r^3,\ 0)$$

となることを示せ。
なお、球座標において$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\right)$である。

問2　ここで、$\frac{\Delta r}{r\Delta\theta} = \frac{B_r}{B_\theta}$ と考えて良いものとし、ある磁力線が惑星の赤道面を横切る点の、惑星中心からの距離をr_eとすると、その磁力線の形状は、

$$r = r_e \sin^2\theta \qquad \text{[磁場方程式]}$$

で表されることを証明せよ。



さて、この様な磁場構造を持った惑星の周囲に、プラズマが存在している状態で、この惑星が自転をした場合を考えよう。
この時、以下の様な3つのプロセスが起きて、惑星の周囲のプラズマは回転していると考えられている。

(i)　惑星大気上層部の完全電離プラズマは、静止系から見ると、惑星本体との運動量の交換により、惑星と共に自転方向に運動するので、$\mathbf{E}_p = -\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ となるような電場$\mathbf{E}_p$を作り出す。

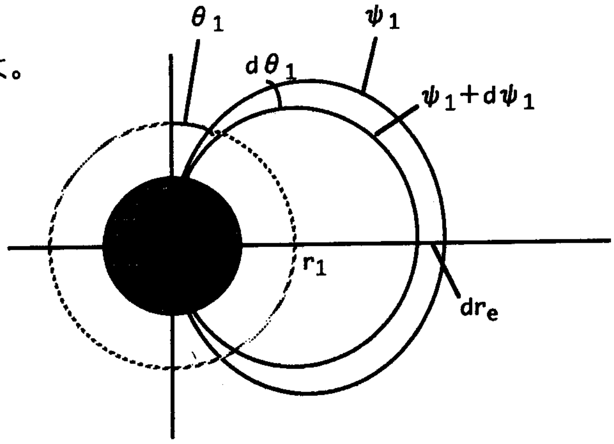
(ii)　この電場が様々な過程を経ることにより、同一磁力線上での電位を等しくするため、惑星の赤道面上では、遠方まで動径方向（r方向）に沿った電位差が生じて、電場$\mathbf{E}_{eq}$が発生する。

(iii)　その電場$\mathbf{E}_{eq}$と、赤道面上の磁力線は直交するため、赤道面付近のプラズマは、ドリフト速度$\mathbf{v}_d = \mathbf{E}\times\mathbf{B}/B^2$で惑星の自転方向に回転させられる。

問３　惑星の自転角速度の大きさをΩとすると、電離層中（r_1, θ_1, ϕ_1）の位置における、上記プロセス(i)によって生じる電場ベクトルE_pは球座標でどう表されるか？

問４　上で求めた結果を参考にし、惑星の周りのE_pの形状の概観を図示せよ。

問５　この（r_1, θ_1, ϕ_1）の点を通る磁力線が惑星の赤道面を横切る点において、プロセス(ii)によって生ずる動径方向に沿った電場E_{eq}の大きさを求めるために、まず赤道面上の($r_1, \pi/2, \phi_1$)点と、(r_1, θ_1, ϕ_1)点での電位差ψ_1を求めよ。
さらに、ここで同一磁力線上では、電位は等しくなっていることを考慮して、上記E_{eq}の大きさを求めよ。
ヒント：問２の磁場方程式を利用せよ。



問６　以上の事より、プロセス(iii)で述べられているプラズマの自転方向の速度の大きさはいくらになるか、r_eとΩを用いて記述せよ。

15

III

銀河円盤の中性水素ガスは，銀河中心のまわりにほぼ回転対称に分布し，円運動をしている。図1は，銀河面の中性水素ガスが放出する21 cm線の強度を銀経 l $(-180° < l < 180°)$ と視線速度 v $(\mathrm{km\,s^{-1}})$ に対して描いたものである。黒みは強度を表わす。

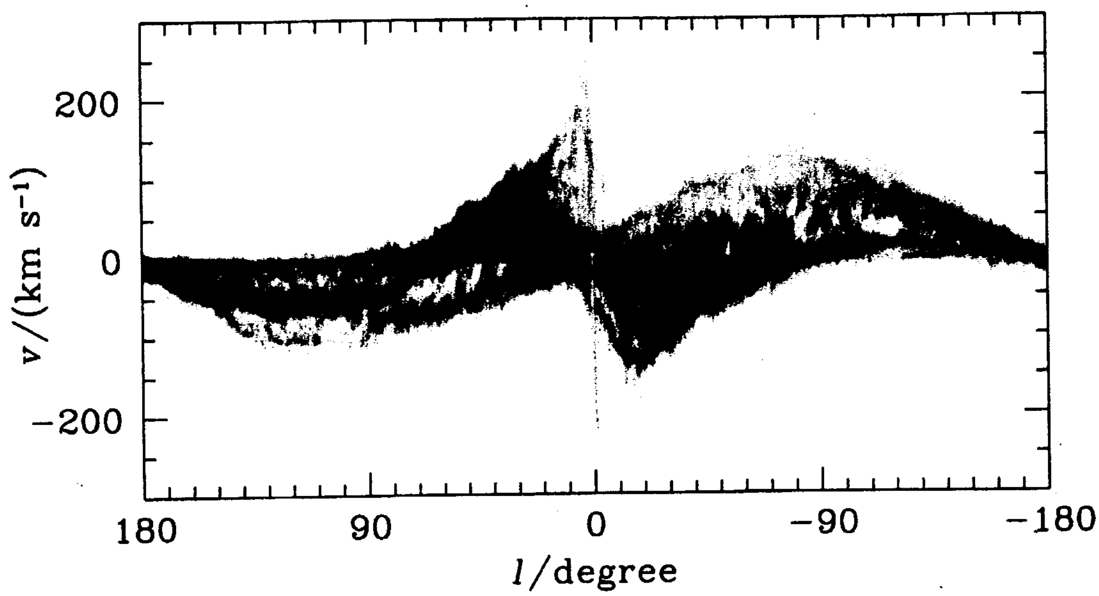


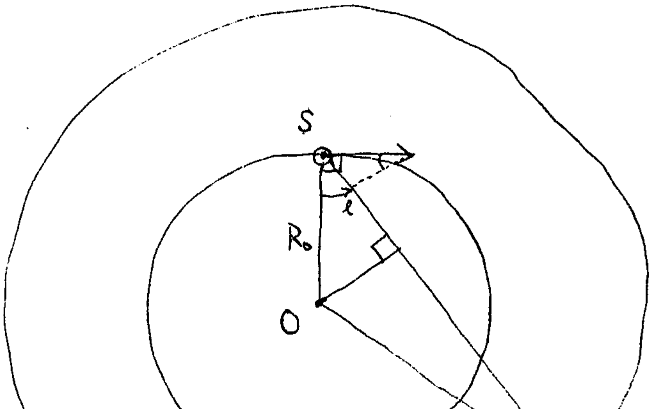
図1. 21 cm線の強度分布（Binney & Merrifield 1998）

以下の問に答えよ。

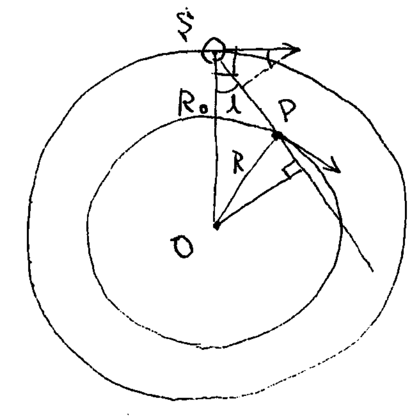
問1　太陽から銀経 l の方向にあるガス雲P（図2参照）を観測したとき、その視線速度 v は

$$v = R_0 \left[\omega(R) - \omega(R_0) \right] \sin l$$

で与えられることを示せ。太陽も中性水素ガスと同じように円運動しているとせよ。ここで R_0 は太陽の銀河中心からの距離である。$\omega(R)$ は銀河中心距離 R における回転角速度である。



$R > R_0$



$R < R_0$

図2. Oは銀河中心、Sは太陽の位置、Pはガス雲の位置.

問2　$\omega(R)$はRの単調減少関数である。
銀経lの視線上で，最大の視線速度（$0°<l<90°$）あるいは最小の視線速度（$-90°<l<0°$）を与える点は図2上でどこか。

問3　回転速度は，半径によらず，ほぼ一定値V_0をとると考えてよい。銀経lの視線上で観測される最大の視線速度（$0°<l<90°$）あるいは最小の視線速度（$-90°<l<0°$）をV_0とlで表わせ。

問4　図1との比較からV_0を決定せよ。

問5　図1から，銀経lの視線上における最小の視線速度（$0°<l<180°$）と最大の視線速度（$-180°<l<0°$）は振巾$-125\ \mathrm{km\,s^{-1}}$の正弦曲線を描いている。このことを用いて，銀河円盤の中性水素ガスの拡がりの半径を求めよ。ただし$R_0=8.5\ \mathrm{kpc}$とせよ。

問6　21cm線を放出するのは，基底状態の超微細構造準位間の遷移である。この超微細構造準位を生じた原因を述べよ。

18