

2000年度

京都大学 大学院理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻  
宇宙物理学・天文学分野  
修士課程

筆答試問 問題

## 応用数学 物理学 I

( 200 点 )

[ 時間 2 時間 ]

- 注意
1. 問題は4頁、4問題である。
  2. 解答は問題毎に別紙に作成すること。
  3. 答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
  4. 問題用紙は持ち帰ること。

# I

x-y 平面上の2次曲線

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad \textcircled{1}$$

がある。この曲線に張る互いに平行な弦の方向余弦が $(\lambda, \mu)$ であるとき、これらの弦の中点の軌跡は、直線

$$(ax + hy + g)\lambda + (hx + by + f)\mu = 0 \quad \textcircled{2}$$

の上にある(参考図左)。

問1 2次曲線の対称軸を主軸という(参考図右)。直線②が2次曲線①の主軸となっているために必要な条件は、

$$\frac{a\lambda + h\mu}{\lambda} = \frac{h\lambda + b\mu}{\mu} \quad \textcircled{3}$$

であることを示せ。ただし、 $\lambda \neq 0$ ,  $\mu \neq 0$  の場合について考察せよ。

問2 式③の値を  $t$  と置けば、

$$\begin{vmatrix} a-t & h \\ h & b-t \end{vmatrix} = 0 \quad \textcircled{4}$$

が成り立っていることを示せ。

問3 式④を満たす  $t$  の2つの解を  $t_1, t_2$  とし、また、

$$D = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} \quad \textcircled{5}$$

と書くと、2次曲線①は、 $ab - h^2 \neq 0$  のとき、主軸変換によって、

$$t_1 X^2 + t_2 Y^2 + D/(t_1 t_2) = 0 \quad \textcircled{6}$$

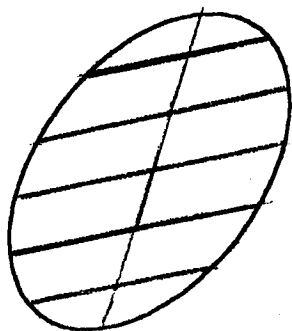
となる。これにしたがって、2次曲線

$$8x^2 - 4xy + 5y^2 - 36x + 18y + 9 = 0 \quad \textcircled{7}$$

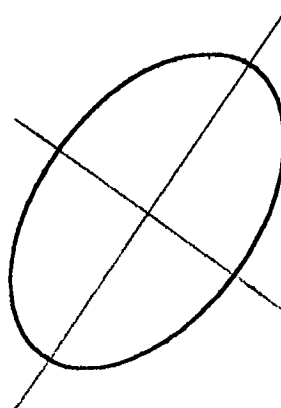
を主軸変換せよ。

[参考図] 楕円の場合の例

平行弦と中点軌跡



主軸



## II

$k_1, k_2, a$  を正の実数として、微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = k_1(a-x)^2 - k_2x^2 \quad (1)$$

を考える。ただし、 $0 \leq x \leq a$  とする。また、初期条件は  $t=0, x=0$  とする。

問1 式(1)を解け。

問2  $t \rightarrow \infty$  のときの  $x$  の値を求めよ。

問3  $x$  を  $t$  の関数としてその振る舞いを図で示せ。

### III

問1 二つの系  $A, B$  が、熱は通すが粒子は通さない壁を隔てて接触している。壁の位置は自由に移動できるとし、また中に存在する粒子は一種類とする。系  $A, B$  それぞれの内部エネルギーを  $U_A, U_B$ 、圧力を  $p_A, p_B$ 、体積を  $V_A, V_B$ 、温度を  $T_A, T_B$ 、化学ポテンシャルを  $\mu_A, \mu_B$ 、粒子数を  $N_A, N_B$  とするとき、系  $A+B$  の平衡の条件を求めよ。ただし、系  $A+B$  は孤立系で、全体の体積は一定に保たれているとする。

問2 二つの系  $A, B$  を隔てる壁が、さらに粒子を通す場合の系  $A+B$  の平衡の条件を求めよ。ただし、系  $A+B$  は孤立系で、全体の体積および粒子数は一定に保たれているとする。

## IV

次の文章を読んで、問 1～4 の答を、解答用紙に記入せよ。

粒子の運動を記述するシュレディンガー方程式は、波動関数  $\Psi(\vec{r}, t)$  に対する式として、次のように書ける。

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t) \Psi(\vec{r}, t). \quad (1)$$

問1 波動関数  $\Psi(\vec{r}, t)$  の物理的な意味について記述せよ。(ヒント：特に波動関数の絶対値の2乗や、規格化に関することを説明せよ。)

問2 粒子の運動が1次元 ( $x$  座標) に限られていて、ポテンシャルが、

$$V(\vec{r}, t) = V(x) = \text{一定} \quad (2)$$

の場合について考える。

波動関数を、時間  $t$  のみに関する関数部分と、座標  $x$  のみに関する関数部分の積で表せるとして、変数分離したあとの、座標  $x$  に関する波動関数  $\psi(x)$  に対するシュレディンガー方程式を書け。

(ヒント：変数分離の手続きにおいて現れる定数がエネルギーに対応することに注意せよ。)

その方程式において、 $V(x) = 0$  の場合、一般解を求めよ。さらに、無限の1次元空間の場合の規格化の条件を書け。

問3 次に、ポテンシャル  $V(x)$  は、 $-L \sim +L$  の範囲内だけでゼロで、それ以外の領域では無限大、となる場合について考察する。(  $L$  は正の実数とする。)

ポテンシャルが無限大の領域では、波動関数の値はゼロであるので、

$$\psi(x = \pm L) = 0 \quad (3)$$

である。この条件を使って、具体的な波動関数の関数形を書き、規格化の条件を具体的な表式で書け。

問4 上記の波動関数がもち得る「エネルギーの固有値」は離散的になることを示し、その値を、量子数  $n$ 、距離  $L$  を使った式として求めよ。

2000年度

京都大学 大学院理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻  
宇宙物理学・天文学分野  
修士課程

筆答試問 問題

## 応用数学 物理学 II

( 200 点 )

[ 時間 2 時間 ]

- 注意
1. 問題は4頁、4問題である。
  2. 解答は問題毎に別紙に作成すること。
  3. 答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
  4. 問題用紙は持ち帰ること。

# I

問1. 変数  $x$  の関数  $y(x)$ 、及びその導関数  $y'(x)$  の汎関数  $F$  の定積分

$$I = \int_a^b F(x, y, y') dx$$

において、区間  $[a, b]$  と  $F$  の関数形が定まっているとき、 $I$  の値は関数  $y(x)$  によって決まる。この意味で、 $I$  を  $I[y]$  で表す。このとき  $I[y]$  が停留値をとる必要条件は

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\partial F}{\partial y'} \right) - \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

となることを示せ。ただし、変数と関数はすべて実数で、関数は必要な導関数まで微分可能で連続であるとする。

[ヒント]  $\varepsilon$  を充分小さい数、 $\eta(x)$  を

$$\eta, \eta' \text{ は } [a, b] \text{ で連続、} \eta(a) = \eta(b) = 0$$

を満たす任意の関数とし、 $y(x)$  を  $y(x) + \varepsilon\eta(x)$  に変えたときの  $I[y]$  の変化を  $\delta I[y] = 0$  とおくことにより考察を行え。

問2. 図1のように、一様な重力（重力加速度  $g$ ）がはたらくところで、質点が鉛直面において、1つの点  $P_0(0, 0)$  からそれより低い位置の点  $P_1(2, \pi)$  まで、ある曲線  $y = y(x)$  にそって、初速0、摩擦なしで落下して  $P_1$  に達するとする。

(1) このときの所要時間を求め、これを問1の  $I$  に対応させた際に  $F(x, y, y')$  に相当する関数形を求めよ。

[ヒント] 任意の  $x$  での、曲線に沿った質点の速さは  $ds/dt = \sqrt{2gx}$  となる。

(2) 問1にある必要条件を用いて、 $I$  が最小となるような曲線を求めよ。必要ならば、 $x \propto (1 - \cos\theta)$  という形の変数変換を用いよ。

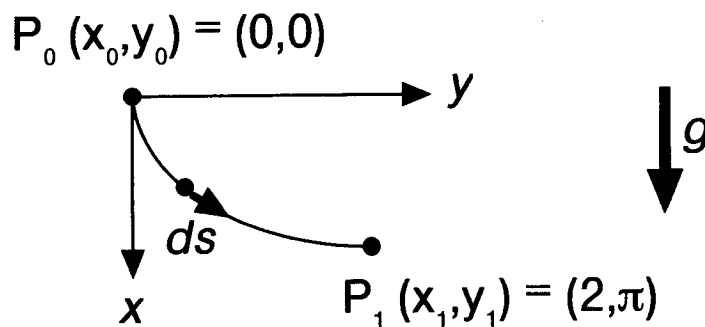


図1

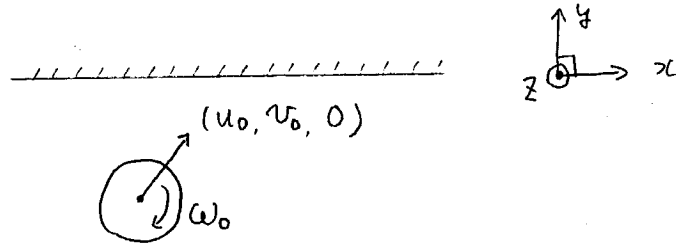
## II

$x$ - $y$  平面に平行に運動する一様密度の剛体球 (半径  $R$ 、質量  $M$ ) と、固定壁 ( $x$ - $z$  平面、図参照) との衝突を考える。球は重心のまわりに角速度  $\omega_0$  で回転しており、その回転軸は  $z$  軸に平行である。球は、 $x$  軸方向に  $u_0$ 、 $y$  軸方向に  $v_0$  の速度 ( $z$  軸方向の速度はゼロ) で壁に衝突して跳ね返るとする。但し、壁は十分粗くて衝突時に摩擦を生じ、球はすべらない (壁との接線速度がゼロ) と仮定する。

問 1 回転軸に関する球の慣性モーメントは、 $\frac{2}{5}MR^2$  となることを示せ。

問 2 衝突後の球の重心の速度と回転角速度を求めよ。但し、壁と球とのはねかえり係数は  $e$  とする。

[ヒント：衝突の際に、接触点で  $x$  軸方向、 $y$  軸方向にそれぞれ力積が働くとして考える。]



### III

圧縮性流体の基本的性質（音波、衝撃波）を考察しよう。空間1次元、理想気体、非粘性、断熱の場合、基本方程式は、以下のように書ける。

$$\text{質量保存 } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動量保存 } \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2 + p) = 0 \quad (2)$$

$$\text{エネルギー保存 } \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{p}{\gamma - 1} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} \rho v^3 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} p v \right) = 0 \quad (3)$$

ただし、 $\rho, v, p$  は、(質量) 密度、速度、圧力、 $\gamma = c_p/c_v$  は比熱比、 $c_p, c_v$  は定圧比熱、定積比熱である。

問1 密度 ( $\rho_0$ ) = 一定、圧力 ( $p_0$ ) = 一定で、静止している流体に、微小摂動が加わった場合

$$\rho = \rho_0 + \delta \rho, \quad p = p_0 + \delta p, \quad v = \delta v \quad (4)$$

(ただし、 $|\delta \rho| \ll \rho_0, |\delta p| \ll p_0$ ) を考える。方程式 (1) - (3) において、微小摂動の2次以上の項 (例えば、 $\delta \rho \delta v, \delta v^3, \delta p \delta v$  など) を無視し (線形近似)、 $\delta p, \delta v$  を消去することにより、 $\delta \rho$  だけに関する方程式を導出せよ。(これは、音波の伝播を記述する方程式 (波動方程式) である。)

また、これより、音波の伝播速度 (音速) がわかる。音速を  $\rho_0, p_0, \gamma$  の関数として示せ。

摂動が有限振幅になると音波は衝撃波へと進化する。衝撃波を通過すると、流体は急激に圧縮され加熱される。衝撃波の基本的な性質を調べるために、衝撃波面静止系で定常 (時間に依存しない) 状態を考えよう。このとき上の基本方程式 (1) - (3) は時間微分の項がなくなるので、空間微分だけとなって簡単に積分でき、その結果、以下の3式を得る。

$$\rho_0 v_0 = \rho_1 v_1 \quad (5)$$

$$\rho_0 v_0^2 + p_0 = \rho_1 v_1^2 + p_1 \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} \rho_0 v_0^3 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_0 v_0 = \frac{1}{2} \rho_1 v_1^3 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 v_1 \quad (7)$$

ここで、添字0のついた量は衝撃波を通過する前の流体の物理量を示し、添字1のついた量は通過後の物理量を示す。これらの3式は、衝撃波前面の物理量がわかれば、後面の物理量がわかることを示している。

問2 強い衝撃波 ( $p_1/p_0 \gg 1$ ) の場合、衝撃波による圧縮率は、

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}$$

となることを示せ。またそのとき、温度とエントロピーの変化を示せ。

問3 問2で見たように、衝撃波を通過すると、流体のエントロピーは増大する。これは流体の運動エネルギーが内部エネルギーに変換されたためである。このような変換を可能にするメカニズムを定性的に論ぜよ。

## IV

2つの導体が接近して置かれている場合、その一組の導体はコンデンサーとしてお互いに向き合う面に符号の異なる電荷を蓄えることができる。導体間に備蓄できる単位電位差当りの電気量をそのコンデンサーの電気容量という。真空中に置かれたコンデンサーの電気容量に関して以下の間に答えよ（なお、SI単位系を用い、真空中での誘電率は $\epsilon_0$ とする）。

- 問 1 2つの平面極板を用意し、それぞれを平行に配置する（図1）。両極板の面積は共に $S$ 、片方の帯電量は $Q$ と表現する。ただし、極板間の電場は一様とみなす。
- (1) 極板間の電場 ( $E_1$ ) を  $S$  を用いて書き表せ。
  - (2) 2つの極板間の間隔を  $d$  とした場合、 $Q$  及び  $S$  を用いて両極間の電位差 ( $V_1$ ) を書き表せ。
  - (3) このコンデンサーの電気容量 ( $C_1$ ) を  $S$  を用いて書き表せ。

- 問 2 次に同心の2つの球面を両極として電気容量を計算する（図2）。ここでは内側の極の半径を  $a$ 、外側の極の半径を  $b$  とする。
- (1) 内側の極の全電荷を  $Q$  とする。このとき、2つの極の間の、球面の中心から距離  $r$  での電場 ( $E_2$ ) を書き表せ。
  - (2) 両極間の電位差 ( $V_2$ ) を  $a$ 、 $b$  を用いて書き表せ。
  - (3) このコンデンサーの電気容量 ( $C_2$ ) を  $a$ 、 $b$  を用いて書き表せ。

- 問 3 球形コンデンサーの電気容量  $C_2$  について論じてみる。
- (1) まず、球形コンデンサーの電気容量を平行板コンデンサーの電気容量と同様な数式で表現できる条件を定性的に言葉で述べよ。このとき、「内側の球面の半径」と「2つの球面間の間隔」の比較を行え。
  - (2) 球形コンデンサーの電気容量  $C_2$  が問 3-(1) で述べた条件のもとで、実際に  $C_1$  と同様な形式に表現できることを数式を用いて証明せよ。

図 1

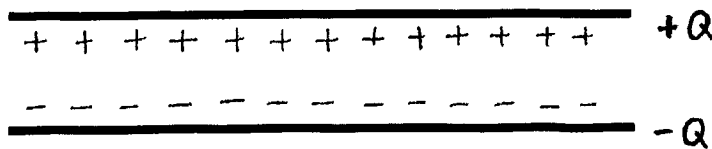
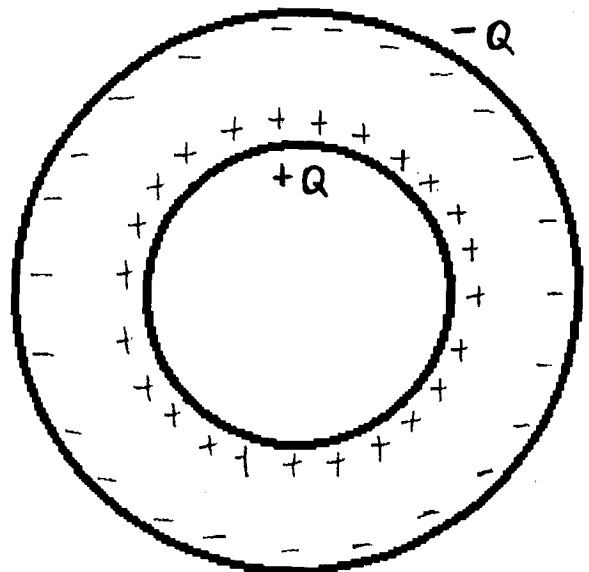


図 2



2000年度

京都大学 大学院理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻  
宇宙物理学・天文学分野  
修士課程

筆答試問 問題

天文学

( 200 点 )

[ 時間 2 時間 30 分 ]

- 注意
1. 問題冊子は7頁である。
  2. 問題Ⅰ、Ⅱ、Ⅲのうちから、2問題を選択して解答せよ。
  3. 解答は問題毎に別紙に作成すること。
  4. 答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
  5. 問題用紙は持ち帰ること。

# I

多くの星は、分子雲中のクランプ（密度の高いところ）で生まれる。太陽程度の質量の星が形成される過程について考察してみよう。分子雲は水素分子から成るとする。

観測から、クランプの平均密度は  $10^{10} - 10^{12}$  水素分子  $m^{-3}$ 、温度は 10 K 程度であることが知られている。一部のクランプ中には、遠赤外線放射によって輝いている原始星が存在している。おうし座分子雲の場合では、原始星の全放射光度（以下光度）は太陽の 0.1 倍から数倍である。この原始星段階のタイムスケールは 100 万年のオーダーであると推定されている。

原始星は、クランプのガスが収縮して星になりつつある天体と考えられている。クランプの中心へ向かうガス流の観測から、中心から約  $10^3$  AU のところで密度がおおよそ  $10^{11} - 10^{12}$  水素分子  $m^{-3}$ 、収縮速度約  $1 \text{ km s}^{-1}$  がガス流の典型例として知られている。

これらの観測事実をもとに、原始星形成の2つのモデルを検討する。

物理定数は、

$$\text{重力定数 } G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2},$$

$$\text{ボルツマン定数 } k = 1.4 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$\text{水素原子の質量 } m_H = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg},$$

とする。また、

$$\text{太陽質量 } M_{\odot} = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg},$$

$$\text{太陽光度 } L_{\odot} = 3.9 \times 10^{26} \text{ W},$$

$$\text{太陽半径 } R_{\odot} = 7.0 \times 10^8 \text{ m},$$

$$1 \text{ 天文単位 (太陽と地球間の距離) } 1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m},$$

$$1 \text{ 年 } 1 \text{ yr} = 3.2 \times 10^7 \text{ s},$$

とする。

解答の数値は有効数字1桁でよい。

(I) モデル1として、クランプは球状で温度一定、半径は  $R$ 、質量は  $M$ 、密度分布は動径  $r$  に対して

$$\rho(r) = \rho_0 (r/R)^{-2} \quad (1)$$

であると仮定する。ここで  $\rho_0$  は  $r = R$  での密度である。収縮は、質量一定のまま、等温で密度分布の形は (1) 式に従うように起こる ( $\rho_0$  と  $R$  が時間とともに変わる) とする。

問1 クランプの半径  $r$  より内側にある質量  $m(r)$  を式で表せ。

問2 クランプの重力ポテンシャルエネルギーは、 $-(GM^2/R)$  となることを示せ。

問3 クランプが重力収縮するためには、クランプの半径はある値より大きくなくてはならない。クランプは等温のまま重力収縮をすることで、その臨界半径を温度  $T$  と密度  $\rho_0$  の関数として表せ。

ヒント：半径  $r$  で、ガスに働く重力と圧力勾配のバランスを考える。

問4  $r = R$  でのガス密度を  $10^{10}$  水素分子  $m^{-3}$ 、温度を  $10\text{ K}$  としたときの臨界半径は何 AU か。

問5 収縮により解放される重力ポテンシャルエネルギーがすべて放射エネルギーになるとして、その光度  $L$  を質量  $M$ 、半径  $R$  および  $r = R$  での収縮速度  $v$  の関数として示せ。

問6 半径  $10^3\text{ AU}$  で観測された中心へ向かうガス流は、クランプの半径  $R$  が  $10^3\text{ AU}$  程度になっている段階を見ていると考える。 $R = 10^3\text{ AU}$ 、 $v = 1\text{ km s}^{-1}$ 、 $M = 1\text{ M}_\odot$  を採用すると、問5での光度  $L$  は太陽光度のおよそ何倍になるか。また、速度  $1\text{ km s}^{-1}$  で  $10^3\text{ AU}$  の距離を移動する時間はおよそ何年か。

(II) このようにして問6で求めた原始星の光度は観測される値より小さく、タイムスケールは推定値 $\sim 100$ 万年よりかなり短い。

2つめの原始星形成モデルでは、クランプはサイズがおおよそ  $10^4\text{ AU}$  に広がっている段階で、すでにクランプの中心部に原始星の小さい核が形成されると考える。クランプ中のガスは重力収縮により内側から順に核の表面に降り続き、表面で落下の運動エネルギー（これは重力ポテンシャルエネルギーから得られた）を放射エネルギーに換える。このモデルでは、半径約  $10^3\text{ AU}$  で観測された中心へ向かうガス流は、より外側に広がったクランプから原始星の核へのガスの流入を見ていると考える。

問7 観測例として、半径  $10^3\text{ AU}$  で、密度  $10^{11}$  水素分子  $m^{-3}$ 、 $v = 1\text{ km s}^{-1}$  の中心に向かう球対称ガス流を採用すると、その流量はおよそいくらか。単位は  $kg\text{ s}^{-1}$  で示せ。この流量は  $100$  万年当たりではおよそ何太陽質量か。

問8 原始星の核の質量を  $M_* = 0.1\text{ M}_\odot$ 、半径を  $R_* = 3\text{ R}_\odot$ 、核に衝突するガスの流量として問7の値を用いると、光度は太陽光度のおよそ何倍か。

ヒント：流入するガスが失う重力ポテンシャルエネルギーは、単位質量当たり  $GM_*/R_*$  である。

## II

ここでは地球や木星などの惑星が、理想的な双極磁場構造を持っていると仮定して、その磁場の形状や周囲のプラズマの振る舞いを電気力学的に（粒子的描像で）考察する事により、プラズマが惑星と共に自転していく過程を理解しよう。

まず、理想的な双極磁場の形状を定量的に表現しよう。

問1 惑星の磁場を、惑星中心に赤道面に垂直に置かれた磁気モーメント  $M$  ( $|M|=M$ ) の双極子によって引き起こされているものと考えた場合、その中心から球座標  $(r, \theta, \phi)$  の位置における磁場ベクトル  $B = (B_r, B_\theta, B_\phi)$  は、

$$B = (-2M \cos \theta / r^3, -M \sin \theta / r^3, 0)$$

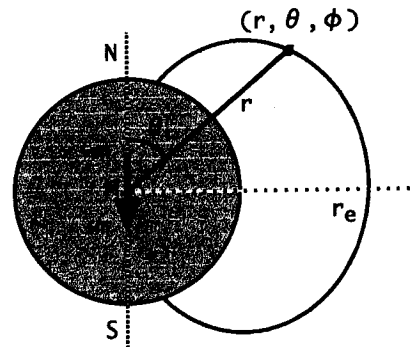
となることを示せ。

なお、球座標において  $\nabla = (\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi})$  である。

問2 ここで、 $\frac{\Delta r}{r \Delta \theta} = \frac{B_r}{B_\theta}$  と考えて良いものとし、ある磁力線が惑星の赤道面を横切る点の、惑星中心からの距離を  $r_e$  とすると、その磁力線の形状は、

$$r = r_e \sin^2 \theta \quad [\text{磁場方程式}]$$

で表されることを証明せよ。



さて、この様な磁場構造を持った惑星の周囲に、プラズマが存在している状態で、この惑星が自転をした場合を考えよう。

この時、以下の様な3つのプロセスが起きて、惑星の周囲のプラズマは回転していると考えられている。

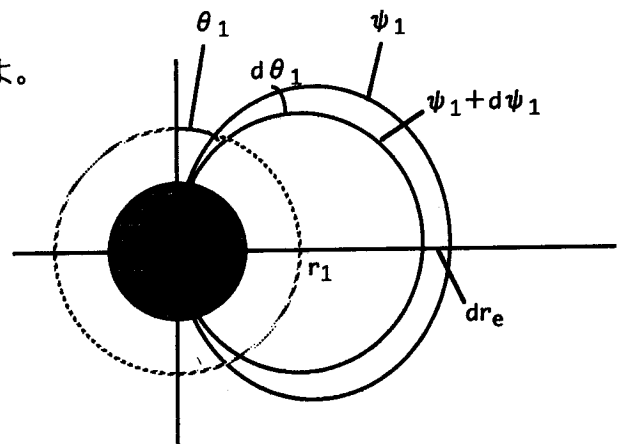
- (i) 惑星大気上層部の完全電離プラズマは、静止系から見ると、惑星本体との運動量の交換により、惑星と共に自転方向に運動するので、 $E_p = -v \times B$  となるような電場  $E_p$  を作り出す。
- (ii) この電場が様々な過程を経ることにより、同一磁力線上での電位を等しくするため、惑星の赤道面上では、遠方まで動径方向 ( $r$  方向) に沿った電位差が生じて、電場  $E_{eq}$  が発生する。
- (iii) その電場  $E_{eq}$  と、赤道面上の磁力線は直交するため、赤道面付近のプラズマは、ドリフト速度  $v_d = E \times B / B^2$  で惑星の自転方向に回転させられる。

問3 惑星の自転角速度の大きさを $\Omega$ とすると、電離層中  $(r_1, \theta_1, \phi_1)$  の位置における、上記プロセス(i)によって生じる電場ベクトル  $E_p$  は球座標でどう表されるか？

問4 上で求めた結果を参考にし、惑星の周りの  $E_p$  の形状の概観を図示せよ。

問5 この  $(r_1, \theta_1, \phi_1)$  の点を通る磁力線が惑星の赤道面を横切る点において、プロセス(ii)によって生ずる動径方向に沿った電場  $E_{eq}$  の大きさを求めるために、まず赤道面上の  $(r_1, \pi/2, \phi_1)$  点と、 $(r_1, \theta_1, \phi_1)$  点での電位差  $\psi_1$  を求めよ。  
さらに、ここで同一磁力線上では、電位は等しくなっていることを考慮して、上記  $E_{eq}$  の大きさを求めよ。

ヒント：問2の磁場方程式を利用せよ。



問6 以上の事より、プロセス(iii)で述べられているプラズマの自転方向の速度の大きさはいくらになるか、 $r_e$  と  $\Omega$  を用いて記述せよ。

### III

銀河円盤の中性水素ガスは、銀河中心のまわりにはほぼ回転対称に分布し、円運動をしている。図1は、銀河面の中性水素ガスが放出する21 cm 線の強度と銀経  $l$  ( $-180^\circ < l < 180^\circ$ ) と視線速度  $v$  ( $\text{km s}^{-1}$ ) に対して描いたものである。黒みは強度を表わす。

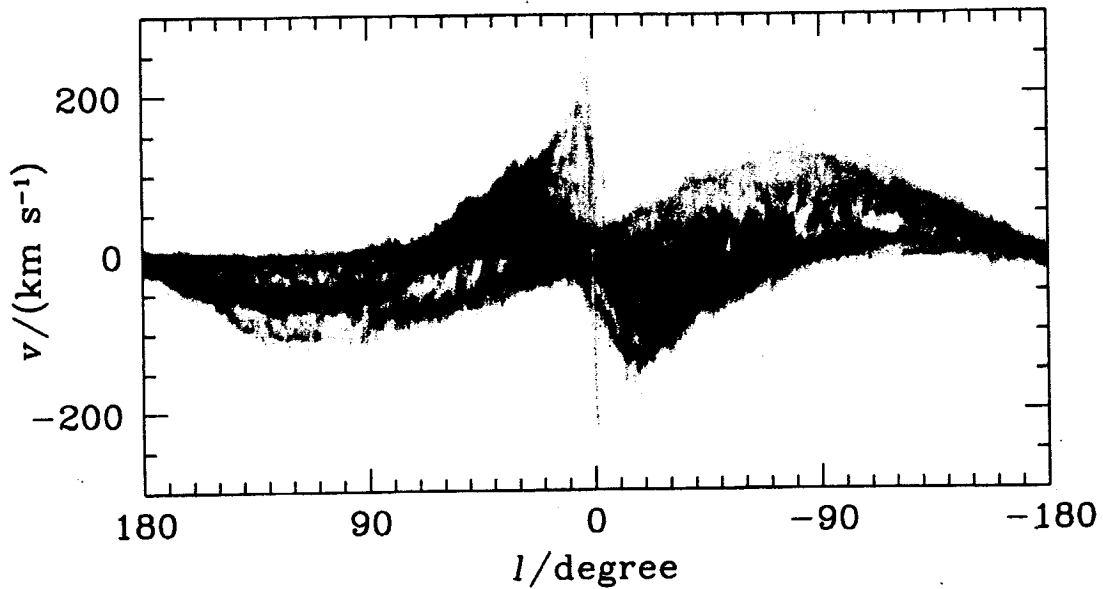


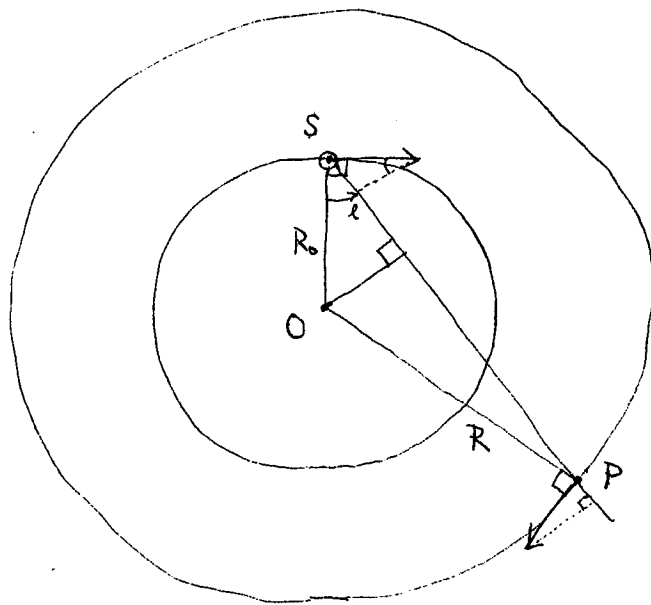
図1. 21 cm 線の強度分布 (Binney & Merrifield 1998)

以下の問に答えよ。

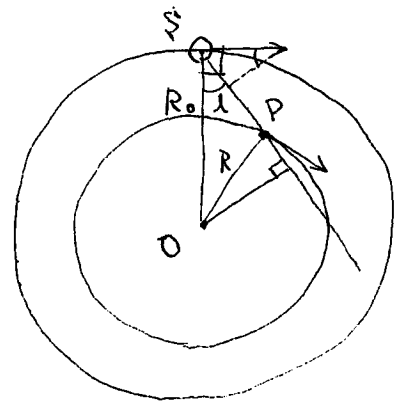
問1 太陽から銀経 $l$ の方向にあるガス雲P  
 (図2参照)を観測したとき、その視線速度 $v$ は

$$v = R_0 [\omega(R) - \omega(R_0)] \sin l$$

で与えられることを示せ。太陽も中性水素ガスと同じように円運動しているとせよ。ここで $R_0$ は太陽の銀河中心からの距離である。 $\omega(R)$ は銀河中心距離 $R$ における回転角速度である。



$R > R_0$



$R < R_0$

図2. Oは銀河中心, Sは太陽の位置, Pはガス雲の位置

問2  $\omega(R)$  は  $R$  の単調減少関数である。

銀経  $l$  の視線上で、最大の視線速度 ( $0^\circ < l < 90^\circ$ )  
あるいは最小の視線速度 ( $-90^\circ < l < 0^\circ$ ) に至る  
点は図2上でどこか。

問3 回転速度は、半径によらず、ほぼ一定値  $V_0$   
をとりと考えてよい。銀経  $l$  の視線上で観測  
される最大の視線速度 ( $0^\circ < l < 90^\circ$ ) あるいは  
最小の視線速度 ( $-90^\circ < l < 0^\circ$ ) を  $V_0$  として表わせ。

問4 図1との比較から  $V_0$  を決定せよ。

問5 図1が、銀経  $l$  の視線上における最小の  
視線速度 ( $0^\circ < l < 180^\circ$ ) と最大の視線速度  
( $-180^\circ < l < 0^\circ$ ) は振幅  $-125 \text{ km s}^{-1}$  の正弦  
曲線を描いている。このことを用いて、銀河  
円盤の中性水素ガスの旋回半径の半径を求めよ。  
ただし  $R_0 = 8.5 \text{ kpc}$  とせよ。

問6 21cm 線を放射するのは、基底状態の超微細  
構造準位間の遷移である。この超微細構造  
準位を生じた原因を述べよ。

2000年度

京都大学 大学院理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻  
宇宙物理学・天文学分野  
修士課程

筆答試問 問題

**英語**

( 100 点 )

[ 時間 1 時間 30 分 ]

- 注意
1. 問題は2頁、1問題である。
  2. 解答は別紙に作成すること。
  3. 答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
  4. 問題用紙は持ち帰ること。

以下の文章は、社会や経済の持続可能性を制約する「ある要因」について考察された文章の導入部分である。文章を読み、設問に答えよ。

In our quest to understand sustainability we have rushed to comprehend such factors as energy transformations, biophysical constraints, and environmental deterioration<sup>1</sup>, as well as the human characteristics that drive production and consumption, and the assumptions of neoclassical<sup>2</sup> economics. As our knowledge of these matters increases, practical applications of ecological economics are emerging. Yet amidst these advances something important is missing. Any human problem is but a moment of reaction to prior events and processes. Historical patterns develop over generations or even centuries. Rarely will the experience of a lifetime disclose fully the origin of an event or a process. Employment levels in natural resource production, for example, may respond to a capital investment cycle with a lag time of several decades. The factors that cause societies to collapse take centuries to develop. To design policies for today and the future we need to understand social and economic processes at all temporal scales, and comprehend where we are in historical patterns. Historical knowledge is essential to sustainability. No program to enhance sustainability can be considered practical if it does not incorporate such fundamental knowledge.

(A) In this era of global environmental change we face what may be humanity's greatest crisis. The cluster of transformations labeled global change dwarfs all previous experiences in its speed, in the geographical scale of its consequences, and in the numbers of people who will be affected. Yet many times past human populations faced extraordinary challenges, and the difference between their problems and ours is only one of degree. One might expect that in a rational, problem-solving society, we would eagerly seek to understand historical experiences. In actuality, our approaches to education and our impatience for innovation have made us averse to historical knowledge. In ignorance, policy makers tend to look for the causes of events only in the recent past. As a result, while we have a greater opportunity than the people of any previous era to understand the long-term reasons for our problems, that opportunity is largely ignored. Not only do we not know where we are in history, most of our citizens and policy makers are not aware that we ought to.

A recurring constraint faced by previous societies has been complexity in problem solving. It is a constraint that is usually unrecognized in contemporary economic analyses. For the past 12,000 years human societies have seemed almost inexorably to grow more complex. For the most part this has been successful: complexity confers advantages, and one of the reasons for our

success as a species has been our ability to 'increase rapidly the complexity of our behavior.' Yet complexity can also be detrimental<sup>3</sup> to sustainability. Since our approach to resolving our problems has been to develop the most complex society and economy of human history, (B) it is important to understand how previous societies fared when they pursued analogous strategies.

(C) Complexity is generally understood to refer to such things as the size of a society, the number and distinctiveness of its parts, the variety of specialized social roles that it incorporates, the number of distinct social personalities present, and the variety of mechanisms for organizing these into a coherent<sup>4</sup>, functioning whole. Augmenting any of these dimensions increases the complexity of a society. Hunter-gatherer societies<sup>5</sup> (by way of illustrating one contrast in complexity) contain no more than a few dozen distinct social personalities, while modern European censuses recognize 10,000 to 20,000 unique occupational roles, and industrial societies may contain overall more than 1,000,000 different kinds of social personalities.

(extract from *Getting Down to Earth*, J. A. Tainter 1996)

(注釈)

- <sup>1</sup> environmental deterioration 環境破壊
- <sup>2</sup> neoclassical 新古典主義の
- <sup>3</sup> detrimental 有害な
- <sup>4</sup> coherent 一貫した
- <sup>5</sup> hunter-gatherer societies 狩猟採集社会

問1 (A) の部分を原文に忠実に和訳せよ。

問2 下線部 (B) では、何を、何のために理解することが重要であると説いているか。日本語で説明せよ。

問3 この文章で頻繁に用いられている "sustainability" という単語がどのような概念として使われているか、"Sustainability is" で始まる説明を 50 語程度の英文で記せ。複数の文からなってもよい。(下線部 (C) で始まる complexity の説明のしかたにならって具体的に述べよ)。