１９９８年度

京都大学大学院　理学研究科　物理学・宇宙物理学専攻
宇宙物理学・天文学分野
修士課程

筆答試問　問題

天文学

（200 点）

［　時間　　２　時間　３０　分　］

注意　１．　問題冊子は６頁である。
　　　２．　問題Ⅰ、Ⅱ、Ⅲのうちから、２問題を選択して解答せよ。
　　　３．　解答は問題毎に別紙に作成すること。
　　　４．　答案用紙一枚毎に受験番号と氏名を記入すること。
　　　５．　問題Ⅲの選択者は別紙解答用紙（グラフ）にも受験番号と氏名を記入し，提出すること。
　　　６．　問題用紙は持ち帰ること。

12

I

次の [A], [B] の文章を読んで，問 1 〜問 6 に答えよ．

[A] 通常の星には光度に上限がある．その 1 つの理由は，明るくなりすぎると，星自身から放出される輻射によって，星をつくるガスが吹き飛ばされるためである．静水圧平衡にある球対称で質量 M の星に許される光度の上限 L_E は

$$L_E = \frac{4\pi GMc}{\kappa} \tag{1}$$

であることを次のようにして求めよう．なお，ここで，輻射とガスの相互作用は散乱過程のみであり，散乱係数は単位質量当たり一定値 κ であるとしている．以下でもこの仮定を使用する．また，G は重力定数であり，c は光の速さである．

問 1 ガス中を輻射が流れており，その輻射流束ベクトルを $\mathbf{F}$ とする．ガスは単位質量当たり

$$\frac{\kappa}{c}\mathbf{F}$$

の力を輻射から受けることを説明せよ．

問 2 上の結果を使って，静水圧平衡にある球対称で質量 M の星の光度 L の上限は式 (1) であることを示せ．

[B] 回転している質量 M の天体では，式 (1) で与えられる光度以上の光度でも質量放出せずに輝くことができる．それはどのような形状の場合であるかを，次のようにして調べよう．

問 3 外部重力場のもとで，回転している自己重力をもつ軸対称天体を考える．回転角速度は回転軸からの距離 r [距離ベクトルは $\mathbf{r}$] のみに依存するとする．天体の表面で質量放出が起こらないためには，表面 $\mathbf{R}$ での輻射流束ベクトルは以下で与えられる $\mathbf{F}_{\max}$ 以下でなければならないことを示せ．

$$\mathbf{F}_{\max}(\mathbf{r}) = \frac{c}{\kappa}\left(\nabla\psi - \Omega^2\mathbf{r}\right)_{\mathbf{R}}.$$

ここで，ψ は重力ポテンシャル，$\Omega(r)$ は回転角速度であり，下添え字 $\mathbf{R}$ は表面での値を示す．

問 4 天体に許される最大の光度 $L_{\max}$ は $\mathbf{F}_{\max}$ を天体の全表面にわたって積分したものであることを使って，

$$L_{\max} = L_E - \frac{c}{\kappa}\int \Omega^2\mathbf{r}\cdot d\mathbf{s} \tag{2}$$

を示せ．ここで $d\mathbf{s}$ は面積要素で，積分は天体の全表面にわたって行う．

問 5 式 (2) より，

$$L_{\max} = L_E + \frac{2c}{\kappa}\int(\sigma^2 - \omega^2)dV$$

となることを示せ．ここで，

$$\sigma = \frac{1}{2} r \frac{d\Omega}{dr}, \qquad \omega = \frac{1}{2r} \frac{dl}{dr}$$

で，$l(= r^2\Omega)$ は単位質量当たりの角運動量である．また，dV は体積要素であり，積分は天体の全体積にわたって行う．

問6 どのような形状をしている天体では，$L_{\mathrm{max}} > L_{\mathrm{E}}$ となることができるか．また，$L_{\mathrm{max}} > L_{\mathrm{E}}$ となる理由を述べよ．

II

太陽から放出される輻射強度の観測について考える。

図１の様に、太陽表面から、その法線nに対して角度θだけ傾いた方向pへ放出される波長λの輻射強度が、法線nのまわりに対称で、$I_\lambda(\theta)$であるとすれば、p方向の立体角 $d\omega$ へ、単位時間内に面積 $d\sigma$ を通って放出される単位波長当たりの輻射エネルギーは

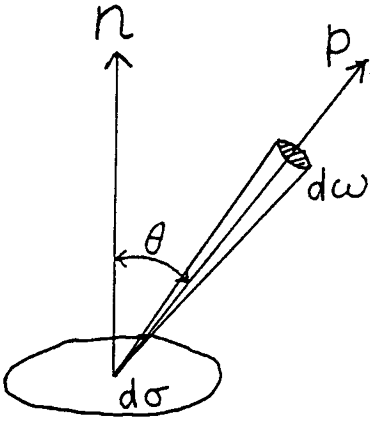


図１

$$dE_\lambda(\theta) = I_\lambda(\theta)\cdot d\sigma \cdot \cos\theta \cdot d\omega \quad \text{(A)}$$

で与えられる。

今太陽から距離 R 離れた位置に置かれた望遠鏡で観測する時、地球大気や測定光学系の吸収や反射等によって受ける損失はすべて無視出来るものと仮定する。

問１　（A）式のエネルギーのうち、望遠鏡の有効面積 S のレンズ上に到達するエネルギー量 $e_\lambda(\theta)$ を測定することによって、輻射強度 $I_\lambda(\theta)$ を求める式を、距離 R を用いて表せ。

問２　太陽表面の単位面積から外向きの立体角２πへ、単位時間内に放出される単位波長当たりの輻射エネルギーはフラックス（F_λ）と呼ばれ、やはり（A）式から求められるが、$I_\lambda(\theta)$ がθによらず一定強度 $\bar{I}_\lambda$ である場合には、$F_\lambda = \pi \bar{I}_\lambda$ となることを示せ。

実際の太陽表面（図２）では、$I_\lambda(\theta)$ はθについて一定ではなく、可視光では、太陽面中心で最も明るく縁ほど暗くなる周縁減光が見られ、これを測定することによって、光球の温度構造を求めることが出来る。

図３の様に、光球内部の深さ z における単位体積当たりの放射係数、吸収係数をそれぞれ ε_λ、κ_λ とし、源泉関数を $S_\lambda = \varepsilon_\lambda / \kappa_\lambda$ とすると、$\mu = \cos\theta$ と置くことによって、光球表面から放出される輻射強度 $I_\lambda(\theta)$ は、

$$I_\lambda(\theta) \equiv I_\lambda(\mu) = \frac{1}{\mu}\int_0^\infty S_\lambda(\tau_\lambda)\exp\left(-\frac{\tau_\lambda}{\mu}\right)d\tau_\lambda \quad \text{(B)}$$

と表される。　但し、τ_λ は光学的深さであり、

$$d\tau_\lambda = -\kappa_\lambda dz, \qquad \tau_\lambda(z) = \int_z^\infty \kappa_\lambda dz \quad \text{(C)}$$

で定義される。

15

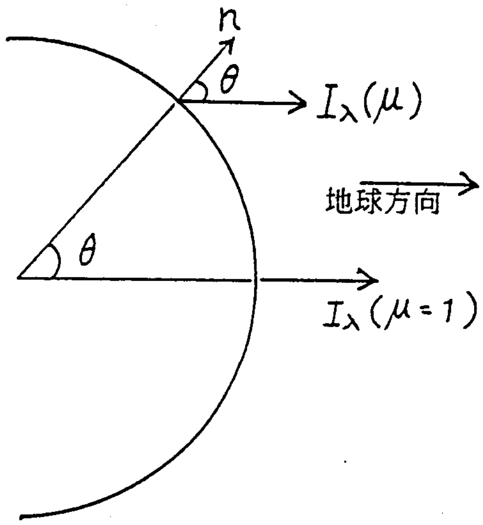


図2

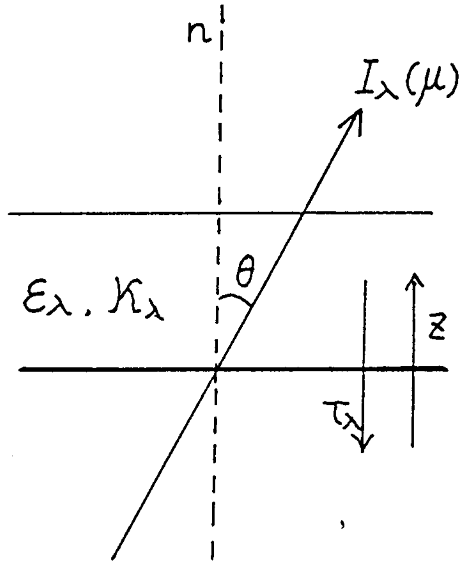


図3

問3　源泉関数が τ_λ の一次関数

$$S_\lambda(\tau_\lambda) = a_\lambda + b_\lambda \tau_\lambda \tag{D}$$

で表されるならば、

$$I_\lambda(\mu) = S_\lambda(\mu) \tag{E}$$

となることを示せ。

問4　前問の結果を用いれば、ある波長λにおける太陽表面の周縁減光を測定することによって、光球の光学的深さ τ_λ に対する温度変化を求めることができる。この方法の原理と手順を説明せよ。但し、光球では局所熱力学平衡が成り立っており、源泉関数はプランク関数で置き換えて良いとせよ。

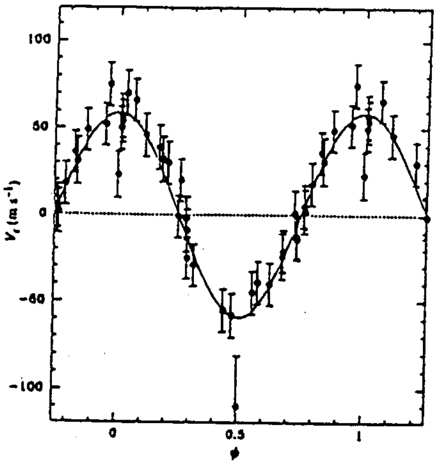
問5　前問の方法とは別に、太陽面中心の輻射強度 $I_\lambda(\mu=1)$ のみを、色々異なる波長領域で測定することによっても、光球の深さによる温度変化を求めることが出来る。この方法の原理と手順を、（E）式及び（C）式を用いて説明せよ。

16

Ⅲ　太陽系外の恒星の周囲を公転する惑星の存在を観測的に確かめることは，天文学の歴史において長い課題であった。たとえばある研究者は，恒星の位置の時間変化を精密に観測することで，見えない惑星の存在を立証しようとした。

近年になって，恒星の観測者に対する運動（視線速度）に伴うドップラー効果を精密に測定する技術が進歩し，この問題に対する新しい手段を提供することとなった。そして１９９５年，ペガスス座５１番星の周期的な速度の「ふらつき」が発見され，その周囲に惑星の存在が報告されるに至った。図１はその観測結果である。縦軸が視線速度で，観測者から遠ざかる向きが正にとられている。横軸が観測された周期に対する位相で，観測者から遠ざかる速度が最大になる時点を$\phi=0$および１と定義してある。

図１



問１　太陽も太陽系最大の惑星である木星の公転によってふらつく。その速度の振幅を求めよ。

太陽と木星の質量比は１０００，太陽と木星の距離は7.8×10^{8} km，木星の公転周期は１２年＝3.7×10^{8}秒とせよ。

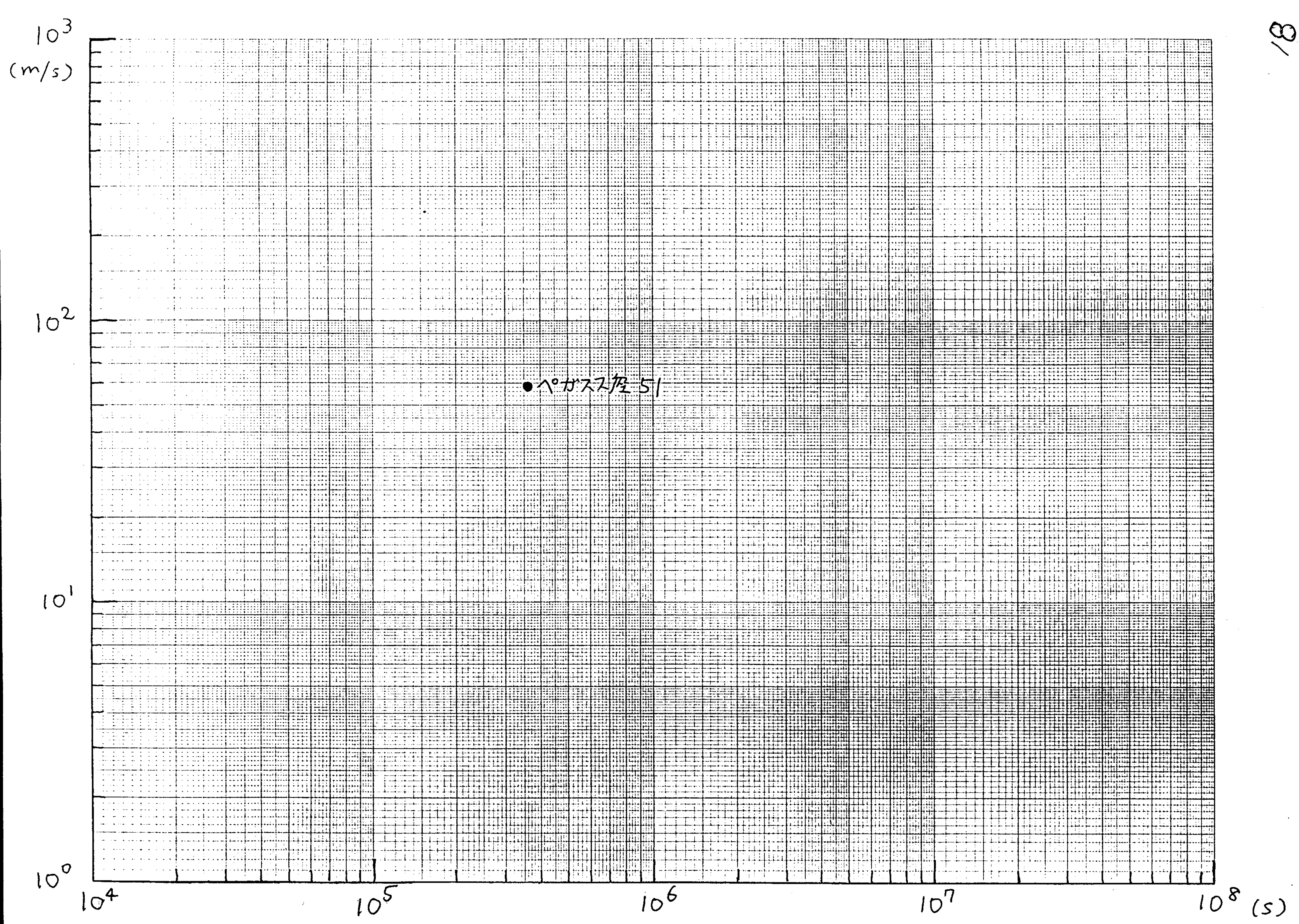
問２　ペガスス座５１番星では，４．２日＝3.7×10^{5}秒の周期で，観測者に対する星の速度が±５９ｍ／ｓの変動を示すことが観測された。この速度の変動が未知の惑星の引力によるものとすれば，その惑星とペガスス座５１番星の距離は木星・太陽間の距離の何倍と見積もられるか。またその質量は木星の何倍と見積もられるか。簡単のために惑星は円軌道を描き，その公転平面内に観測者（地球）が存在していると考える。また，ペガスス座５１番星の質量と半径は太陽と同じであるとせよ。

しかしながら，この星の速度の変化は惑星の引力の影響でなく，星の表面の振動，すなわち星が周期的に膨張・収縮（脈動）していると考えることでも説明できるとの反論がなされた。この反論について考えてみよう。

簡単のために，星は常に球形で，その半径が時間とともに正弦波的に変化していると考える。また，測定されている速度は，星の表面のなかでも観測者と星の中心を結ぶ線上の点（観測者からみて最も速度変化の振幅が大きい点）での速度と考える。

問３　この場合，ペガスス座５１番星の半径は最大・最小でどれだけ異なるか。また，観測されている速度の時間変化に対して，星の半径がどのように変化するか，図１に対応する形で図示せよ。

17



10^3
(m/s)
10^2
●ペガスス座51
10^1
10^0
10^4
10^5
10^6
10^7
10^8
(s)

容易に想像できるように，この半径の変化が星の半径を超えることは許されない。すなわち，もし計算された半径の変化が星の半径を超えるならば，恒星の球対称的な振動とする解釈はただちに棄却される。

問４　ペガスス座５１番星のような現象が太陽と同じ質量と半径を持つ他の恒星で観測されたとして，横軸に観測された周期（秒），縦軸に観測された速度変化の半振幅（ｍ／ｓ）をとって，この解釈（脈動説）が棄却される領域を解答用紙のグラフ上に図示せよ。

なお，太陽の半径は7.0×10^{5}ｋｍとせよ。

また，問２で求められたように，想定される惑星の恒星からの距離，惑星の質量の座標軸でとった場合はこの領域はどのようになるか。

星が脈動している場合には，その振動が星の明るさの変化として観測される場合がしばしばである。しかしながら，ペガスス座５１番星の場合は星の明るさの変化が０．３％以下であると報告されている。この情報を用いれば，脈動説に対して，より厳しい制限を課すことができる。

問５　単純化のために振動によって星の表面温度が変化しない，すなわち星の明るさはその表面積に比例すると考えてみる。星の明るさの変動が０．３％以下の場合，脈動説が棄却される領域を解答用紙のグラフ上に重ねて図示せよ（問４，問５の領域が区別できるようにグラフ上に明示すること）。

問６　この考察において，さまざまな単純化のための仮定が含まれている。ひとつの仮定を取り上げて，その仮定が満たされなかった時に問４や問５の結果はどのように変化するかを定性的に考察せよ。