

# Magnetoconvection and Magnetic Rayleigh-Taylor instability in Proto-Neutron Stars

Youhei Masada

Department of Astronomy, Kyoto University  
masada@kustastro.kyoto-u.ac.jp

Kazunari Shibata

Kwazan and Hida Observatory, Kyoto University

## Abstract

大質量星の重力崩壊の際に、超新星コアの中心に誕生する原始中性子星 (PNS) は、コアバウンス直後には、対流不安定コアと対流安定外層を伴う構造を持つ。Masada et al.2005 では、この PNS の対流安定外層において、Brunt-Väisälä 振動のサイズに関わらず、非軸対称磁気回転不安定性 (NMRI) が成長することを明らかにした。この結果は、対流安定領域であっても NMRI の非線形成長に起因して磁場増幅が起こり、magnetic bubble が形成される可能性があることを示唆している。

本研究では、NMRI に起因した magnetic bubble の形成を念頭に置いて、PNS の対流安定成層中で磁気対流及び、磁気レイリーテイラー不安定性が生じる可能性について調べた。従来の重力崩壊及び PNS の進化の研究では、PNS の対流安定成層では強い復元力によって物質混合が抑制されると考えられてきた。しかしながら、本研究の結果から、ニュートリノ熱輸送を考慮することで、対流安定成層において、磁気対流や磁気レイリーテイラー不安定性に起因した効率的な物質混合が生じる可能性があることがわかった。

## 1 Introduction

大質量星 ( $8 - 30M_{\text{sun}}$ ) の重力崩壊の際に、超新星コアの中心に誕生する原始中性子星 (PNS) の内部には、コア収縮によって開放された重力エネルギーが蓄えられている。このエネルギーは爆発段階でニュートリノのエネルギーに形を変えて PNS から放出される。

PNS から放出されるニュートリノは重力崩壊型超新星の遅延爆発シナリオの鍵を握る存在であり、その光度及びエネルギー沈積効率が爆発の成否を決めると考えられている (Bethe 1990)。

PNS 内部の対流は、ニュートリノ光度を増幅させる効果を持つため、遅延爆発にとって非常に重要な役割を担っていると考えられてきた。しかしながら、最近の研究からは PNS はコアバウンス直後に対流不安定コアと対流安定外層を伴う構造になる為、効率的な物質の混合が生じず、対流はニュートリノ光度の増幅には殆ど寄与しないことが示唆されている (Buras et al. 2003) 。図 1 は Janka&Muller(1996) の数値シミュレーションから得られた、コアバウンス 100msec 後の超新星コアの内部構造を示している。横軸がコアの半径である。網掛けの領域が対流安定な PNS の外層である。この図から、PNS の外層 (10 – 100km 付近) が、正のエントロピー勾配とレプトン勾配によって安定化されていることがわかる。

本研究では、効率的な物質混合を妨げる PNS の対流安定成層に焦点を当て、磁気対流や磁気レイリーテイラー不安定性が生じる可能性について議論する。Masada et al.2005 では、PNS の対流安定成層において、Brunt-Väisälä振動の大きさに関わらず、非軸対称磁気回転不安定性 (NMRI) が成長することを明らかにした。NMRI の非線形成長によって magnetic bubble が形成され、磁気対流や磁気レイリーテイラー不安定性が生じることで、対流安定成層で効率的な物質混合が起こり、従来よりもニュートリノ光度が増幅される可能性がある。

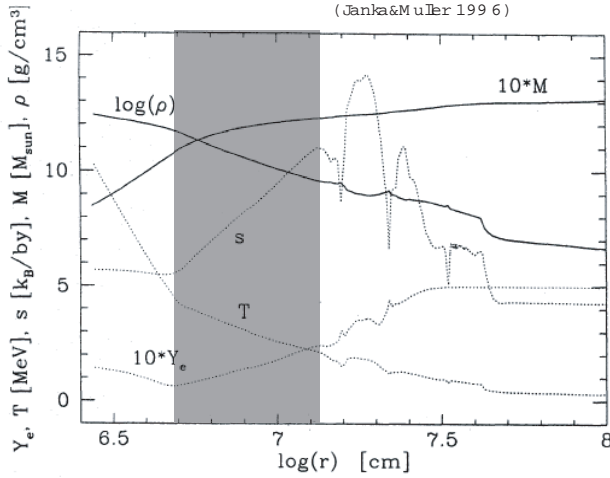


図 1: コアバウンス 100 msec 後の超新星コアの内部構造。網掛けの領域が今回考える原始中性子星の対流安定外層。正のエントロピー勾配とレプトン勾配によって安定化されている。

## 2 NMRI in Proto-neutron stars

初めに我々が先行研究として行った解析結果について簡単にまとめる。Masada et al.2005 では、PNS の対流安定な外層領域における、磁気流体不安定性についての詳細な解析を行った。その際、Heger et al.(2004) による星の進化の研究から、超新星コア内で卓越していることが示唆されているトロイダル磁場と、重力収縮の際の角運動量保存によって生じるコアの差動回転を仮定し、非軸対称磁気回転不安定性 (NMRI) の線型成長を詳しく調べた。

図 2 では、Brunt-Väisälä 振動数  $N$  と角速度  $\Omega$  の比をパラメータにとって ( $N/\Omega = 0.1, 1.0, \text{ and } 10.0$ )、PNS の対流安定層における NMRI の最大成長率を図示している。横軸は polar angle で回転軸からの角度を表す。縦軸は規格化した成長率である。ここで  $\Omega = 1000 \text{ rad/sec}$ ,  $B_\phi = 10^{12} \text{ G}$  を仮定している。この図から PNS の対流安定層において、Brunt-Väisälä 振動の大きさに関わらず NMRI が成長することがわかる。但し、 $N/\Omega$  が大きくなるにつれて赤道面付近では安定化される。これは Brunt-Väisälä 振動によって、エントロピー勾配とレプトン勾配の方向に振動するモードが安定化されることに起因する (Masada et al.2005)。図 3 では  $N/\Omega = 10.0$  の場合の成長率を polar angle

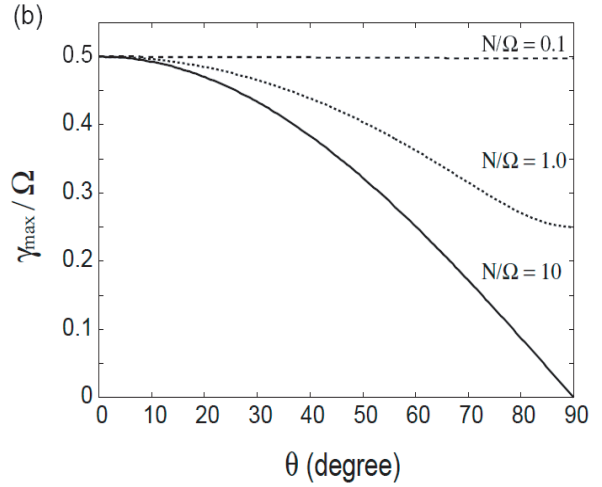


図 2: PNS の対流安定層における NMRI の最大成長率。横軸は polar angle  $\theta$ 、縦軸は規格化された成長率。 $N/\Omega=0.1, 1.0, 10.0$  の場合を図示。N の増加に伴い、赤道面付近の成長率が抑制されることがわかる。

の関数として color contour で示している。この図から  $N \gg \Omega$  の場合には回転軸近傍の成長率が卓越することがわかる。

## 3 Nonlinear growth of NMRI

以上の解析から、Brunt-Väisälä 振動の大きさに関わらず、PNS の対流安定領域で NMRI が成長することがわかった。その成長率は約 10 msec であり、これは PNS のニュートリノ冷却の時間スケール ( $\sim O(10) \text{ sec}$ ) に比べて十分短い。このことは NMRI とそれに伴う非線形 MHD 現象に起因した効果が、重力崩壊型超新星の爆発ダイナミクスに影響を及ぼす可能性があることを示唆する。具体的には非線形段階では以下のような効果が期待される。

1. NMRI の非線形成長に起因して磁気乱流が生成され、乱流粘性による角運動量輸送が生じる可能性がある。角運動量輸送が生じると PNS は剛体回転に近付くので、Rayleigh criterion によって対流が極付近に制限されることが期待される (Miralles et al.2004)。
2. 磁気乱流に起因した viscous heating によって、回転エネルギーが熱エネルギーに変換される。よって超新星コアの内部エネルギーが増加し、ニュートリノ光度が増幅される可能性がある (Thompson et al.2005)。

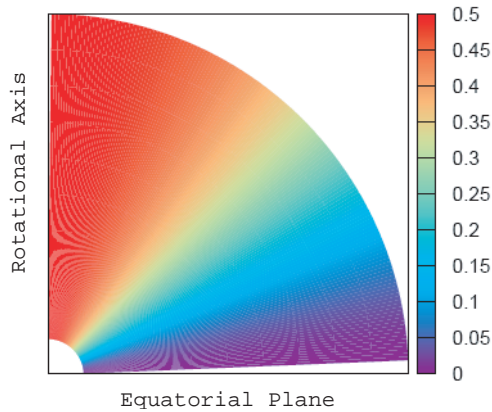


図 3: PNS の対流安定成層における NMRI の最大成長率を polar angle の関数として color contour で図示している。縦軸が回転軸、横軸が赤道面を表している。 $N \gg \Omega$  の時には赤道面付近の成長率が suppress され、回転軸近傍の成長率が卓越する。

3. エネルギー変換機構の候補として磁気リコネクションも考えられる。増幅された磁場が磁気リコネクションを起こすことで、回転エネルギーが系の熱エネルギーに変換されニュートリノ光度が増幅される可能性がある (Ramirez-Ruiz&Socrates 2005)。

4. NMRI の非線形成長に伴う磁場増幅によって magnetic bubble が形成され、磁気対流及び磁気レイリーテイラー不安定が生じることで、対流安定成層で効率的な mixing が起こり、爆発を引き起こすのに十分なニュートリノ光度の増幅が生じる可能性がある。

本発表では NMRI の非線形成長によって形成される magnetic bubble(磁気フラックス管) が、PNS の対流安定領域において効率的な物質混合を引き起こす可能性について議論する。

## 4 Magnetoconvection in PNS

### 4.1 Basic concept

PNS の対流安定成層は、強いエントロピー勾配に起因した Brunt-Väisälä 振動によって動径方向の運動が抑制されているような領域である。この領域では通常 magnetic bubble の動径方向への運動も抑制される。このような状況下において、bubble の成長の鍵を握る存在となるのが熱拡散である図 4 で熱拡散の概念につ

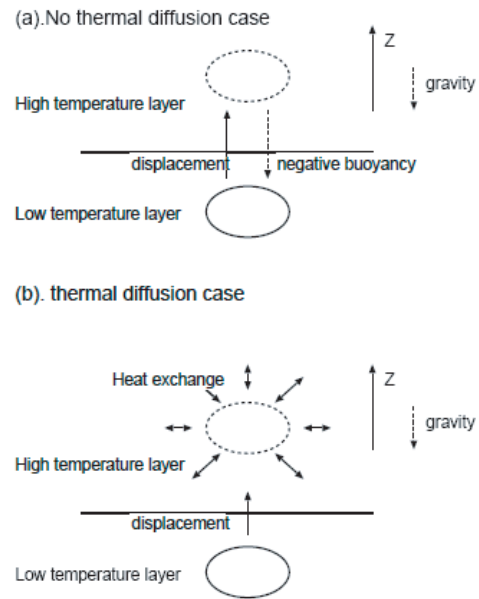


図 4: (a). 熱拡散が存在しない場合には、Brunt-Vaisala 振動によって bubble の動径変位は安定化。(b). 熱拡散が存在する場合には、周囲の媒質と bubble の間で熱交換が生じる為、エントロピー勾配が均され、安定化効果が緩和される。即ち熱拡散を考慮すると対流安定層でも物質混合が生じる (拡散型不安定)。

いて簡単に説明する。まず磁気対流がエントロピー勾配によって安定化されている状況を考える。図のキャプションに記述しているように、熱拡散を考慮すると拡散型不安定が生じるので対流安定成層においても物質混合が生じる。

### 4.2 Stellar radiative zone

Parker(1974,1975) は太陽の放射優勢領域での flux tube の安定性を研究。放射による熱輸送と系のダイナミカルタイムに依存して、成長率の異なる 2 種類の不安定過程が考えられることを明らかにした。まず熱輸送の時間スケールが sound crossing time より短い場合 ( $\tau_{\text{heat}} \leq \tau_{\text{dyn}}$ ) を考える。この場合には密度や圧力が均されるより先に温度が均される。この時、半径  $a$  の Flux tube の静水圧平衡を考えると、 $P(z) = P_i(z) + B^2/4\pi$  と書ける。今、放射熱輸送の時間スケールは tube の変化の時間スケールに比べて十分小さいので  $T(z) = T_i(z)$  と書ける。従って、tube に微小変位

を加えた時の密度変化  $\delta\rho$  は、 $\delta\rho = \rho(z) - \rho_i(z) = \rho_\beta$  となる。但しここで  $\beta$  はプラズマベータである。従って、tube には  $F = \pi a^2 \delta\rho(z) \beta$  の浮力が働く。tube に働く抵抗（空力抵抗）を  $F_D = \rho U^2 a C_D$  と書くと、tube の浮上速度は、

$$U = V_A(\pi a / C_D \lambda)^{1/2}$$

となる。

次に熱輸送の時間スケールが sound crossing time より大きい場合 ( $\tau_{\text{heat}} \geq \tau_{\text{dyn}}$ ) を考える。この時は、熱拡散によって温度が均される前に密度が均される： $(\rho(z) = \rho_i(z))$  この時周囲の媒質と flux tube の温度差は  $\delta T = T(z) - T_i(z) = T(\beta) \cdot (1)$  なので flux tube に熱が流入する割合は  $dQ/dt = \alpha \kappa \delta T = \alpha \kappa T \beta \cdot (2)$  と書ける。但し  $\alpha$  は 1 のオーダーの無次元量、 $\kappa$  はエネルギー輸送係数である。一方、flux tube 内のガスに熱力学の第一法則を適用すると、 $dQ/dt$  の熱の流入によるガスの状態の変化は、以下のように書き表せる。

$$\frac{dQ}{dt} = U \left[ \frac{k_B A N}{\gamma - 1} \frac{dT}{dz} + P_i \frac{dA}{dz} \right] \quad (3)$$

式 (1) の  $z$  方向への微分と式 (2) を用いて、式 (3) の  $dQ/dt$  と  $dT_i/dt$  を消去することで、flux tube の浮上速度が求まり、

$$U = \frac{\alpha \beta}{\pi \xi} \left( \frac{\lambda}{a} \right)^2 \frac{I}{P}$$

となる。但し、 $\lambda$  は temperature scale height、 $I = -\kappa dT/dz$  はエネルギー流速である。Thermal energy flow の伝播速度を  $U_T$  とすると、 $U \simeq U_T (\lambda/a)^2$  と書き換えられる。

### 4.3 Application to the PNS

Parker の理論によると、太陽の放射優勢領域の場合、熱拡散のタイムスケールがダイナミカルタイムよりも長いケースでは、アルフベン速度で mixing が生じ、逆のケースでは熱エネルギー流束の伝播速度で mixing が生じる。この結果を PNS の対流安定領域に応用する。PNS の対流安定領域では、ニュートリノによる熱拡散が放射熱拡散と同等の役割を果たす。まず、PNS の対流安定領域における熱拡散及びダイナミカルな時間スケールを見積もる。Thompson&Murray (2001) が導出した、PNS の対流安定層におけるその 2 つの時間ス

ケールの比を求める式を用いると、バウンス後 100msec を境に熱拡散時間とダイナミカルな時間スケールの大きさが逆転することがわかる。よって以下のように、PNS の進化フェーズは二つのケースに分けて考える必要がある。

- (i) バウンス後 100msec 以内 ( $\tau_{\text{heat}} \leq \tau_{\text{dyn}}$ )  
この時の flux tube の浮上速度は

$$U = V_A(\pi a / C_D \lambda)^{1/2} \sim V_A$$

となる。PNS で典型的な値を代入すると、 $V_A \sim 10^9 \text{cm/sec}$  と書けることがわかる。しかしこの場合はニュートリノの拡散のタイムスケールの方が短いので、ニュートリノ光度の増幅に対して磁気対流は殆ど寄与しないと考えられる。

- ii) バウンス後 100msec 以内 ( $\tau_{\text{heat}} \geq \tau_{\text{dyn}}$ )  
この時の flux tube の浮上速度は

$$U \simeq U_T (\lambda/a)^2$$

である。まず temperature scale height  $\lambda$  を見積もる。 $T - T_i = T\beta$  より、 $dT_i/dz = dT/dz - \beta T d \ln \rho / dz$  が得られる。ここで  $d \ln T / dz \sim 1/a$ 、 $T \rho^{\gamma-1} = \text{const}$  を用いると、

$$U \sim \frac{\beta}{(1-\beta)^2} U_T$$

図 5 に  $U/U_T$  を  $\beta$  の関数としてプロットしている。この図は  $\beta$  が 0.1 より大きくならない限りは  $U_T > U$  であることを示唆する。降着円盤での MRI の非線型成長の理論から、磁場は  $\beta \sim 0.1$  or  $0.01$  で飽和することが示唆されているので、この枠組みの範囲内では磁気対流はニュートリノ光度の増幅に殆ど寄与しないと考えられる。

### 4.4 Magnetic Rayleigh-Taylor instability in the PNS

Parker(1978) は安定成層中にある磁気フラックス管の境界における磁気レイリーテイラー不安定性 (interchange 型) の線型成長を、放射による熱輸送の効果を考慮して解析した。それによると成長の時間スケールは

$$\tau = \left( \frac{2^{10}}{\kappa L k^6 g^3} \right)^{1/7} \left( \frac{u}{V_A} \right)^{8/7}$$

と書ける。ここで  $\kappa$  は熱輸送係数、 $L$  は temperature scale height、 $k$  はモードの波数、 $g$  は重力加速度、 $u$

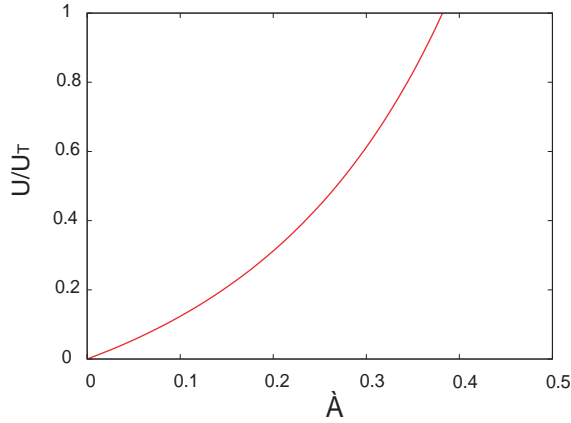


図 5: Flux tube の上昇速度をプラズマ  $\beta$  の関数としてプロットした図。縦軸は熱流束の伝播速度で規格化されていることに注意する。

は熱速度である。  $\kappa$  は拡散方程式から  $\kappa = L^2/\tau_{\text{heat}}$  と見積もることができる。よって

$$\tau = \left( \frac{2^{10} \tau_{\text{heat}}}{\kappa L^3 k^6 g^3} \right)^{1/7} \left( \frac{u}{V_A} \right)^{8/7}$$

と書き直せる。これを PNS に応用する。  $u/V_A \sim 3 - 10$ 、  $L \sim 10^7 \text{cm}$ 、  $\lambda \sim 10^5 \text{cm}$ 、  $g \sim 10^{12} \text{cm/sec}^2$  を代入すると、成長の時間スケールは

$$\tau = \tau_{\text{heat}}^{1/7} / 10^4$$

これはニュートリノ拡散よりも十分短い時間スケールで、磁気レイリーテイラー不安定性が成長することを示唆している。従って磁気レイリーテイラー不安定性の成長に伴う物質混合によってニュートリノ光度が増幅されることが期待される。

## 5 Summary

PNS の対流安定成層における磁気対流及び磁気レイリーテイラー不安定性の成長速度を詳細に解析し、ニュートリノ拡散の速度と比較した。その結果、

- 1 . 磁気対流の成長の時間スケールはニュートリノ拡散の時間スケールより長くなる為、ニュートリノ光度の増幅には殆ど寄与しない。
- 2 . 磁気レイリーテイラー不安定性の成長の時間スケールはニュートリノ拡散の時間スケールよりも遙かに

短くなる為、その成長に伴う物質混合によって、ニュートリノ光度が増幅されることが期待される。

ということを明らかにした。しかしながら、これらの結果は解析的な議論から得られる定性的な示唆に過ぎない。非線形 MHD 現象は本質的に 3 次元の現象なので、より定量的にその効果を評価するためには 3 次元 MHD シミュレーションを行う必要がある。今後我々は大局的なシミュレーションを行って、PNS 内部の磁場の非線形成長を詳細に調べ、爆発ダイナミクスに対する磁場の効果を定量的に明らかにしていく予定である。

## References

- Acheson, D.J., 1978, *Phil.Trans.Roy.Soc.Lond*, A289, 459
- Balbus, S.A. & Hawley, J.F., 1991, *Apj*, 376, 214
- Buras, R., Rammp, M., Janka, H-T., & Kifonidis, K., 2003, *Phys.Rev.Lett.*, 90, 241101
- Heger, A., Woosley, S.E., Langer, N., & Spruit, H.C., 2005, *Apj*, 626,350
- Janka, H-T., & Muller, E., 1996, *A&A*, 306,167
- Masada, Y., Sano, T., & Takabe, H. 2005, submitted to *Apj*
- Miralles, J.A., Pons, J.A., & Urpin, V., 2004, *A&A*, 420, 245
- Parker, E.N., 1974, *Ap&ss*, 31, 261
- Parker, E.N., 1975, *Apj*, 198, 205
- Parker, E.N., 1979, *Ap&ss*, 62, 135
- Ramires-Ruiz, E., & Socrates, A., 2005, (*astro-ph/0504257*)
- Spruit, H.C., 1999, *A&A*, 349, 189
- Thompson, C., & Marray, N., 2001, *Apj*, 560, 339
- Thompson, T.A., Quataert, E., & Burrows, A., 2005, *Apj*, 620, 861